

Fyzikálna olympiáda

68. ročník – 2026/27

Kategória D

Úlohy domácej prípravy

1. úloha - Cyklisti vo vetre

Pri jazde na bicykli je podstatný odpor vzduchu, ktorý musí cyklista prekonávať. Ten obmedzuje možnosť dosahovať väčšie rýchlosti. Je známe, že odpor vzduchu závisí od druhej mocniny rýchlosti cyklistu voči okolitému vzduchu. Na rýchlosť jazdy silno vplýva vietor. Ak fúka proti, cyklistu spomaľuje, ak fúka do chrbta, cyklistovi pomáha. Odpor je daný skladaním rýchlosti cyklistu a rýchlosti vetra.

Chlapci, ktorí bývali v dedinách vzdialených $d = 6$ km sa potrebovali stretnúť. Medzi dedinami bol priamy a vodorovný cyklistický chodník. Stretnutia uskutočňovali vždy na bicykli. Oba boli rovnako zdatní a vždy išli rovnakou cestovnou rýchlosťou voči okolitému vzduchu. To znamená, že prekonávali vždy rovnaký odpor vzduchu voči svojmu pohybu

- Karol sa rozhodol zájsť na bicykli za Lacom. Ten deň fúkal na trase vietor v smere Karlovej jazdy. Vzdialenosť medzi dedinami prešiel za dobu $t_1 = 20$ minút. Cesta späť mu trvala $t_2 = 30$ minút. Určte rýchlosť v_2 vetra. Koľkokrát rýchlejšie musel šliapať do pedálov na ceste tam ako na ceste späť?
- Za aký čas t_3 by Karol prešiel vzdialenosť medzi dedinami, keby nefúkal vietor?
- Koľkokrát viac energie musel Karol vynaložiť na ceste tam ako na ceste späť?
- Koľkokrát viac energie by musel Karol vynaložiť na ceste späť ako na ceste tam, keby chcel prejsť cestu späť proti vetru prejsť za rovnaký čas t_1 ako cestu tam?
- Ak by chlapci rozhodli stretnutie urýchliť, mohli by vyštartovať súčasne proti sebe. V akej vzdialenosti d_1 od Karlovho domu a za aký čas t_4 by sa chlapci stretli, ak by išli obaja rovnakou rýchlosťou v_1 vzhľadom na okolitý vzduch?

2. úloha - Kuriér na Dunaji

Medzi Univerzitnou klinikou v Tullne (Tulln an der Donau, Rakúsko), neďaleko Viedne, a Univerzitnou nemocnicou v Bratislave existuje kuriérna pošta na prepravu krvi a orgánov pomocou rýchlych člnov na Dunaji. Dĺžka trasy po Dunaji medzi prístavmi je $s = 96$ km. Medzinárodná kuriérna služba používa dva rovnaké rýchle člny. Z Tullnu prejde čln do Bratislavy za čas $t_1 = 1$ h 45 min, v opačnom smere cesta trvá $t_2 = 2$ h 20 min, pričom na cestu proti prúdu spotrebuje čln práve celú nádrž paliva.

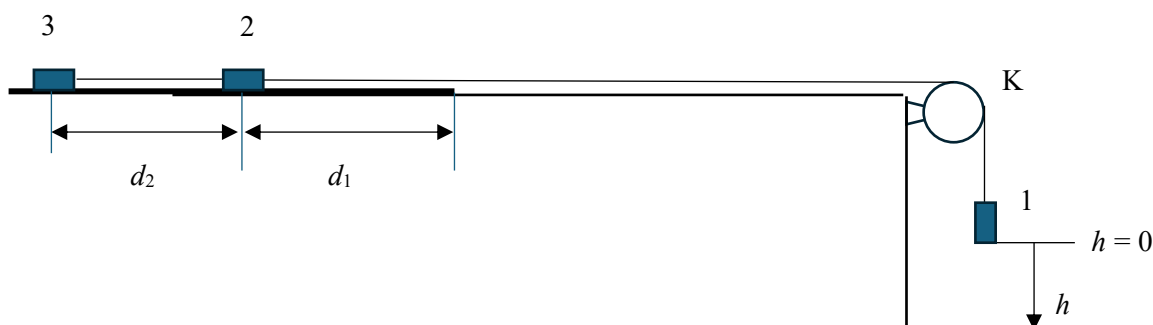
Rakúsky čln vyrazil smerom do Bratislavy s plnou nádržou paliva. Aby sa mohol bez potreby doplniť palivo ešte aj vrátiť nazad do Tullnu, vyjde mu v ústrety čln z Bratislavy.

- Určte rýchlosť v člna voči vodnej hladine a rýchlosť u prúdu vody v Dunaji.
- V akej najmenej vzdialenosti $d_{\min}$ od Bratislavy si musia posádky člnov odovzdať zásielku, aby sa oba člny mohli vrátiť do svojich prístavov bez potreby doplniť palivo.
- S akým časovým oneskorením Δt za štartom rakúskeho člna musel vyštartovať slovenský čln, aby sa člny stretli súčasne práve vo vzdialenosti $d_{\min}$ od Bratislavy?

Predpokladajte, že oba člny idú v oboch smeroch na plný výkon a rýchlosť vodného prúdu považujte za konštantnú pozdĺž celej trasy.

3. úloha - Pohyb s trením

Mechanickú sústavu tvoria tri rovnaké telieska 1, 2, 3 s rovnakými hmotnosťami m . Telieska 2 a 3 sú prepojené tenkým vláknom a sú položené na fólii ležiacej na vodorovnom stole. Tretie teliesko 1 je zavesené na vlákne, ktoré je vedené cez kladku K. Trenie medzi telieskami a fóliou je veľmi malé. Faktor trenia medzi telieskami a povrchom stola je f .



Na začiatku je sústava v pokoji, pričom ťažisko telieska 2 od okraja fólie je vo vzdialenosti d_1 a ťažisko telieska 3 od ťažiska telieska 2 vo vzdialenosti d_2 . Po uvoľnení sa sústava začne pohybovať, pričom fólia zostáva na stole v pokoji. Zavesené teliesko 1 začne klesať a v určitej hĺbke sa zastaví.

- a) Aká podmienka musí byť splnená, aby zavesené teliesko 1 nakoniec zastavilo a vodorovné vlákno medzi telieskami 2 a 3 zostalo napnuté počas celého pohybu?

Predpokladajte, že sú splnené podmienky podľa časti a).

- b) Určte maximálnu rýchlosť v_m zaveseného telieska 1 počas jeho pohybu.
c) Určte hĺbku h_m od začiatku pohybu, v ktorej sa zavesené teliesko 1 zastaví.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $m = 100 \text{ g}$, $d_1 = 25 \text{ cm}$, $d_2 = 20 \text{ cm}$, $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $f = 0,60$.

Pre zjednodušenie predpokladajte, že trenie medzi každým telieskom a povrchom stola začne pôsobiť až keď ťažisko telieska prejde za okraj fólie. Dĺžka stola je dostatočne dlhá, aby sa mohli telieska na jeho povrchu zastaviť.

4. úloha - Skúmavka vo vode

Peter sa v škole učil Archimedov zákon a rozhodol sa trochu si zaexperimentovať. Našiel tenkostennú valcovú skúmavku s priemerom $D = 25 \text{ mm}$ a dĺžkou $L = 18 \text{ cm}$. Prázdnu skúmavku vložil do vody a udržiaval ju vo zvislej polohe. Zistil, že sa ponorila do hĺbky $h_0 = 36 \text{ mm}$.

- a) Aká bola hmotnosť m_s skúmavky?

Keď však skúmavku pustil, prevrátila sa na hladinu.

- b) Vysvetlite a fyzikálne zdôvodnite, kedy sa skúmavka prevráti a prečo.

Keď sa skúmavka prevrátila, začala otvoreným koncom naberať vodu, až kým sa otvor nedostal nad hladinu. Petra napadlo, že keby skúmavku zaťažil, zostala by plávať vo zvislej polohe.

Na ďalší experiment zbral jemný piesok, ktorý používali do akvária. Najprv si piesok otestoval. Na elektronickú váhu postavil malú nádobku a váhu vynuloval. Potom nádobku naplnil po okraj pieskom a na displeji prečítal hmotnosť piesku $m_1 = 75 \text{ g}$. Potom piesok vysypal, nádobku naplnil vodou až po okraj a váženie opakoval. Zistil hmotnosť vody $m_2 = 50 \text{ g}$.

Potom začal pridávať piesok do suchej skúmavky a skúšal, či sa bude chcieť po vložení do vody prevracať. Nakoniec dosiahol stav, kedy skúmavka s pieskom zostala po uvoľnení plávať vo zvislej polohe. Odmeral minimálnu výšku h_1 pieskového stĺpca v skúmavke, kedy sa skúmavka prestala prevracať. Rozhodol sa túto výšku určiť aj výpočtom a výsledok porovnať so svojim meraním. Zistil, že jeho výpočet súhlasil s nameranou hodnotou.

- c) K akej hodnote h_1 výšky stĺpca piesku v skúmavke došiel, a do akej hĺbky h_2 sa skúmavka vo vode ponorila?

Pozn.: Pre jednoduchosť uvažujte hrúbku steny tenkostennej skúmavky veľmi malú v porovnaní s jej priemerom, a tak pri vyjadrovaní objemov ponorenej časti skúmavky a jej obsahu uvažujte rovnaký jej vonkajší aj vnútorný priemer. Ďalej predpokladajte, že ťažisko prázdnej skúmavky je v polovici jej dĺžky.

5. úloha - Náramok

Častým podvodom je náhrada drahých kovov lacnejšími a drahých kameňov farebným sklom. Žena dostala od manžela krásny drahý šperk zo zlata a platiny. Keď sa manžel dostal do finančných ťažkostí, drahý šperk predal a nechal si vyrobiť úplne rovnaký šperk, pričom zlaté časti nechal nahradiť pozlátenou mosadzou a platínu lacnejším striebrom. Keď aj žena potrebovala peniaze a rozhodla sa šperk prediť, zašla ku zlatníkovi, ktorý zhodou okolností originálny šperk vyrábal. Ten jej však oznámil, že to, čo mu ponúka je lacná kópia. Mal ešte záznam o svojom výrobku, podľa ktorého mal pôvodný šperk hmotnosť $m_1 = 55,0$ g. Keď zvažil ponúkanú kópiu, zistil hmotnosť $m_2 = 25,4$ g.

Zlatník synček otca pozoroval, všimol si obidve hodnoty a rozhodol sa zistiť, koľko zlata a koľko platiny bolo v pôvodnom šperku. Zistil si hustoty zlata, platiny, striebra a mosadze ($\rho_{\text{Au}} = 19,32$ g/cm³, $\rho_{\text{Pt}} = 21,45$ g/cm³, $\rho_{\text{Ag}} = 10,49$ g/cm³, $\rho_{\text{Ms}} = 8,73$ g/cm³) a dal sa do počítania.

Po krátkom čase oznámil otcovi výsledok svojich výpočtov. Keď sa otec zlatník pozrel do záznamu o šperku zistil, že synček určil hmotnosti m_{Au} zlata a m_{Pt} v pôvodnom šperku celkom presne.

- a) K akým hodnotám hmotností chlapec došiel?

Potom si chlapec zistil aktuálne ceny kovov: $c_{\text{Au}} = 120$ €/g, $c_{\text{Pt}} = 50$ €/g, $c_{\text{Ag}} = 1,80$ €/g, $c_{\text{Ms}} = 5$ €/kg a určil cenu kovov v šperku a v kópii.

- b) K akým cenám C_1 a C_2 šperku a kópie chlapec došiel? Aký mal manžel finančný zisk zámenou šperku za falzifikát?

Pri ocenení šperku a kópie uvažujte iba ceny kovov. Okrem toho by sa určite pripočítala i cena práce. Predpokladajte, že pôvodný šperk ani jeho kópia neobsahujú dutiny, tzn. objemy pôvodných aj náhradných kovov boli rovnaké.

6. úloha - Priehrada Orlik

V roku 2026 boli jar a leto mimoriadne suché. Kritický stav hlásila vodná nádrž Orlik na Vltave, na ktorej došlo za apríl až september k poklesu hladiny o 15 m až na najnižšiu povolenú hladinu.

Prejavilo sa to jednak obmedzením dodávky vody do nižších stupňov vltavskej kaskády, jednak znížením výkonu vodnej elektrárne na priehrade Orlik.

Výstavbou priehrady sa vytvorilo jazero s plochou 27,3 km². Pri normálnom stave vody v nádrži je rozdiel hladín nad a pod prihradou 70 m. Bežný prítok vody Vltavy do nádrže je 83 m³/s.

- a) V elektrárni sú inštalované 4 Kaplanove turbíny s výkonom 91 MW a účinnosťou 90 %. Aký je prietok vody cez elektráreň, keď ide na plný výkon?

- b) Ako dlho môže pracovať elektráreň na plný výkon, aby odtok vody cez turbíny neprekročil denný prítok vody do nádrže, a o koľko poklesne hladina v nádrži za tento čas?

Aby sa zabezpečila dodávka vody do nižšie položených miest a splavnosť Vltavy, musí nádrž zabezpečiť dodávku vody s minimálnym prietokom $40 \text{ m}^3/\text{s}$. Pritom počas obdobia sucha bol minimálny priemerný prietok vody Vltavy $15 \text{ m}^3/\text{s}$.

- c) Aký priemerný denný výkon je schopná elektráreň pri tomto prietoku a najnižšej hladine vody v nádrži dodávať?
- d) O koľko klesla hladina za mesiac pri týchto minimálnych prietokoch.

Jednotlivé veličiny si označte vhodnými symbolmi (písmenami), otázky riešte najprv všeobecne a nakoniec pre dané hodnoty veličín. Ďalšie potrebné hodnoty vyhľadajte v tabuľkách.

7. úloha - Meranie hustoty malých teliesok – experimentálna úloha

Často sa vyskytne problém určiť hustotu drobných teliesok nepravidelného tvaru, najmä ak ich máme k dispozícii iba malý počet. Meranie ich objemu pomocou odmerného valca je pomerne nepresné vzhľadom na zakrivenie hladiny vplyvom povrchového napätia a adhézie ku stenám nádoby. Na presné určenie objemu teliesok sa používa malá nádobka – pyknometer, ktorá je zakončená brúsenou zátkou s veľmi úzkym pozdĺžnym otvorom. Keď sa pyknometer naplní, vrátane otvoru, je objem definovaný s presnosťou na desatiny mm^3 .

Ak nemáte v kabinete pyknometer, môžete použiť malú fľaštičku s úzkym hrdlom a malú sklenenú platničku (napr. mikroskopové sklíčko). Na presné určenie objemu sa fľaštička naplní až po vydutý povrch, a po priložení sklíčka presne definujeme objem. Dôležité je kvapky, ktoré po priložení sklíčka vytiekli, jemne osušiť.

Cieľom úlohy je určiť hustotu drobných teliesok.

Zvoľte si vhodné drobné telieska, napr. železné klinčeky, mosadzné skrutky alebo drobné centové mince. Vhodné je použiť telieska zo známeho materiálu, aby bolo možné výsledok porovnať s tabuľkovou hodnotou, napr. železné klinčeky. Na meranie potrebujete laboratórne elektronické váhy, najlepšie s citlivosťou na mg.

1. Najprv určte hmotnosť m_1 meraného počtu suchých teliesok.
2. Potom naplňte fľaštičku (pyknometer) vodou až po vrch a objem zabezpečte sklenenou platničkou. Určte hmotnosť m_2 fľaštičky s vodou.
3. Do fľaštičky vložte telieska a opäť zabezpečte rovnaký objem sklenenou platničkou. Dbajte na to, aby na telieskach nezostali zachytené vzduchové bublinky. Vodu, ktorá pritom vytiekla, opatrne osušte. Potom fľaštičku s telieskami a vodou zvažte a určte jej hmotnosť m_3 .
4. Odvoďte si vzťah, podľa ktorého možno určiť hustotu teliesok z troch nameraných hmotností.
5. Meranie opakujte viackrát pre tie isté telieska a určte strednú hodnotu a štandardnú odchýlku.
6. Meranie môžete zopakovať s iným materiálom, napr. mosadznými skrutkami.

Výsledky merania porovnajte s hodnotami uvádzanými v tabuľkách.

Fyzikálna olympiáda – 68. ročník – úlohy domácej prípravy kat. D

Návrh a spracovanie úloh:	Eubomír Konrád (1, 3, 5), Ivo Čáp (2, 4, 6, 7)
Recenzia úloh:	Eubomír Mucha, Slavomír Tuleja
Redakcia:	Ivo Čáp
Úlohy preložil:	Aba Teleki
Vydalo:	Slovenská komisia fyzikálnej olympiády Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026