Fyzikálna olympiáda
68. ročník - 2026/27

Kategória B
Úlohy domácej prípravy

Domáca príprava slúži ako príprava na súťaž v krajskom kole. Preštudujte si uvedené témy a riešte nadväzujúce úlohy. Úspešnosť v domácej príprave sa vzťahuje iba na riešenie nasledujúcich úloh. Keďže v troch ročníkoch strednej školy sa preberá celá klasická fyzika, problematika sa zameriava na celú oblasť stredoškolskej fyziky.
Pozornosť venujte aj matematike. U olympionika sa predpokladá znalosť riešenia rovníc analytické i numerické, riešenia geometrických úloh, práce s vektormi, metód derivovania a jednoduchého integrovania, riešenia jednoduchých diferenciálnych rovníc.

Prvá študijná téma – Pohyb v centrálnom gravitačnom poli
Zopakujte si Keplerove zákony pohybu v centrálnom gravitačnom poli. Intenzita a potenciál gravitačného poľa homogénnej gule, vrátane poľa vo vnútri. Gaussova veta. Zákon zachovania energie v gravitačnom poli.

1. úloha - Letný slnovrat

Významným ľudovým sviatkom bola už od staroveku oslava slnovratu, ktorá prešla v kresťanskej tradícii vo Svätojánska noc (24. júna). Dátum letného slnovratu bol však už 21. júna. Prečo existuje tento rozdiel?
V ľudovej tradícii sa oslava slnovratu vzťahovala ku dňu najneskoršieho súmraku, zdanlivo najdlhšieho dňa (rozumie sa od východu po západ Slnka). Pri pozorovaní Slnka už starí astronómovia zistili, že západ Slnka sa ešte niekoľko dní po dňu slnovratu posúva na neskôr. Súčasne sa však posúva, a to viac, aj čas východu Slnka, takže dĺžka dňa sa skracuje. Až niekoľko dní po slnovratu prevládne skracovanie dňa, a tak sa západ Slnka začne posúvať k skorším časom.
Ako sa ukazuje, tento rozdiel v čase slnovratu a najneskoršieho západu Slnka sa vysvetľuje tým, že od staroveku sa čas meral podľa pozície Slnka, tzv. *pravý slnečný čas* (PSČ), zatiaľ čo my meriame čas hodinami s pravidelným chodom, tzv. *stredný slnečný čas* (SSČ). Zatiaľ čo dĺžka celého slnečného dňa podľa SSČ je 24×3600 sekúnd, PSČ určuje dĺžku slnečného dňa časovým rozdielom medzi dvomi prechodmi Slnka nad miestnym poludníkom (meridiánom). Rozdiel oboch časov spočíva v tom, že obeh Zeme okolo Slnka je nerovnomerný, a navyše sa prejavuje aj sklon zemskej osi voči ekliptike, zatiaľ čo SSČ sa určuje tak, ako keby Zem obiehala okolo Slnka konštantnou rýchlosťou po kružnicovej orbite.

a) Ako vieme, Zem sa pohybuje okolo Slnka po eliptickej trajektórii. Na internete zistite, aká je najväčšia r_{max} a najmenšia r_{min} vzdialenosť Zeme od Slnka, a aká je doba T_Z obehu Zeme okolo Slnka. Pomocou týchto troch hodnôt určte: rýchlosť v_s pohybu Zeme po náhradnej kružnicovej trajektórii a minimálnu v_{min} a maximálnu v_{max} rýchlosť Zeme na eliptickej obežnej trajektórii.

Historicky bola 1 hodina zavedená s použitím šesťdesiatkovej číselnej sústavy, v ktorej je významné (okrem iných) číslo 12 – tucet. Deň a noc v čase rovnodennosti rozdelili na 12 denných a 12 nočných rovnakých intervalov. Podobne aj rok rozdelili na 12 intervalov – mesiacov. Hodinu na 60 malých (lat. malý – *minutus*) rovnakých dielikov – minút, a potom druhýkrát (lat. druhý – *secundus*) na 60 rovnakých dielikov – sekúnd.
Takto je definovaná dĺžka *stredného slnečného dňa* $T_{ds} = 1\ \mathrm{d} = 24\ \mathrm{h}$, kde dňom sa rozumie stredná doba medzi dvomi po sebe nasledujúcimi prechodmi Slnka nad miestnym poludníkom.

b) Určte dobu T_r, za ktorú sa Zem otočí okolo vlastnej osi rotácie o plný uhol 360° voči ďalekým hviezdam (*siderická doba rotácie*).

V dôsledku pohybu Zeme po eliptickej trajektórii sa dĺžka *pravého slnečného dňa* počas roka mení.

c) Určte najmenší a najväčší rozdiel dĺžky pravého a stredného slnečného dňa počas roka, spôsobený pohybom Zeme po eliptickej trajektórii. Zistite, kedy k týmto extrémnym rozdielom dochádza. *Pozn.: Iné vplyvy, ako napr. sklon zemskej osi voči ekliptike, neuvažujte.*

Číselné hodnoty veličín potrebných pre výpočty vyhľadajte v dôveryhodných informačných zdrojoch.

<u>Druhá študijná téma</u> – Fázové premeny a vlhkosť vzduchu

Vlhkosť vzduchu je fyzikálny (prírodný) jav, ktorý významne ovplyvňuje život človeka. S vlhkosťou prostredia súvisia pocity človeka i zdravotný stav, vďaka vlhkosti vznikajú mraky a prší, a pod. Javy spojené s vlhkosťou súvisia s fázovými premenami vody. Preštudujte si fázový diagram vody a fyzikálnu podstatu termodynamickej rovnováhy dvojice, resp. trojice fáz. Čo predstavuje trojný bod vody? Ako je definované skupenské teplo (hmotnostné alebo molárne), absolútna a relatívna vlhkosť vzduchu. Odpovedzte si na otázky: *prečo sa nám na ľade (pevnej látke) šmýka, ale na betóne (tiež pevnej látke) nie, prečo sa nám nešmýka ani na ľade pri veľmi nízkych teplotách, aké použitie majú v kuchyni tlakové hrnce, ako je možné, že aj v silných mrazoch bielizeň zavesená na šnúre vyschne, prečo je v zime po vyvetraní v izbe veľmi suchý vzduch?*

2. úloha - Fázové premeny

Pri fázovej premene je podstatné *skupenské teplo*, ktoré sa uvoľní alebo absorbuje pri zmene fázy látky. Vo fyzikálnych tabuľkách (na internete) môžete nájsť hodnoty molárnych skupenských tepiel v blízkosti trojného bodu vody s teplotou $t_T = 0{,}01$ °C a tlakom $p_T = 611{,}7$ Pa: molárne skupenské teplo tuhnutia vody $L_{tT} = 6{,}01$ kJ/mol, sublimácie $L_{sT} = 51{,}06$ kJ/mol a vyparovania $L_{vT} = 45{,}05$ kJ/mol. Pri teplotách blízkych trojnému bodu môžeme považovať hodnoty skupenského tepla za konštantné. Ak však sledujeme napr. var vody pri teplote 100 °C a normálnom tlaku 101,325 kPa, musíme rešpektovať teplotnú závislosť skupenského tepla vyparovania, ktorá má pri teplote $t_{100} = 100$ °C hodnotu $L_{v\,100} = 40{,}68$ kJ/mol. Teplotná závislosť skupenského tepla vyparovania je pomerne zložitá, ale v rozsahu od trojného bodu do 100 °C až 120 °C ju možno linearizovať s dostatočnou presnosťou.

a) Vyjadrite molárne skupenské teplo vyparovania vody L_v ako lineárnu funkciu teploty v uvedenom rozsahu teploty.

Podmienky rovnováhy jednotlivých fáz znázorňuje *fázový diagram*, ktorý uvádza tlak p a teplotu t stavu rovnováhy fáz. Krivky fázového diagramu opisuje *Clausius – Clapeyronova* rovnica.

b) Zoznámte sa s touto rovnicou, a pomocou nej vyjadrite vzťahy pre p–t závislosť všetkých troch vetiev fázového diagramu vody. Podľa týchto vzťahov zostrojte fázový diagram vody v rozsahu teplôt linearizácie L_v a konštantných hodnôt L_t a L_s. Zostrojte tri grafy s rôznymi mierkami, aby boli viditeľné charakteristické vlastnosti všetkých vetiev fázového diagramu.

A na záver experiment, ktorý simuluje vznik mrakov.

c) Vo valci je uzatvorený posuvným piestom vzduch s vlhkosťou $\eta = 60$ % a teplotou $t_0 = 20$ °C. Prudkým pohybom piesta adiabaticky zväčšíme objem vzduchu. V akom pomere treba zväčšiť objem vzduchu, aby sa vo vnútri valca objavila hmla?

Pri riešení úlohy využite výpočtovú techniku a konzultácie s umelou inteligenciou.

<u>Tretia študijná téma</u> – Elektrické pole a pohyb častice s nábojom v elektrickom poli

Čo je elektrické pole a aké má vlastnosti? Coulombov zákon, intenzita poľa a potenciál elektrického poľa bodového zdroja, elektrické pole jednoduchých zdrojov, pole vo vnútri gule s rovnomerne rozloženým nábojom (atómové jadro), pole elektrickej intenzity na povrchu vodiča, Coulombova veta. Elektrické siločiary. Gaussova veta. Pole rovinnej platne s rovnomerne rozloženým nábojom, pole vo vnútri kondenzátora, energia nabitého kondenzátora. Silové účinky elektrického poľa na častice s nábojom.

K úlohe: Podmienka vzniku kmitov, osobitne harmonických kmitov, diferenciálna rovnica harmonických kmitov, frekvencia kmitov.

3. úloha - Guľôčka s nábojom pri vodivej doske

Na dlhom tenkom nevodivom vlákne s dĺžkou ℓ je zavesená malá homogénna hliníková guľôčka s polomerom r. Po vychýlení vlákna s guľôčkou z rovnovážnej polohy o malý uhol a uvoľnení začne guľôčka kmitať okolo rovnovážnej polohy.

a) Určte frekvenciu f_0 kmitov guľôčky.

Pomocou zdroja vysokého napätia, napr. Wimshurstovej indukčnej elektriky alebo Van de Graaffovho generátora, guľôčku nabijeme na potenciál V_0 vzhľadom na vzdialenú veľkú zvislú uzemnenú vodivú dosku.

b) Určte náboj Q guľôčky s potenciálom V_0 vzhľadom na vzdialenú dosku.

K zavesenej guľôčke s nábojom Q pomaly prisúvame zvislú vodivú dosku až do polohy, v ktorej je vzdialenosť stredu guľôčky od dosky d. Pri približovaní dosky sa vlákno s guľôčkou vychyľuje z pôvodnej zvislej polohy. V nasledujúcich častiach predpokladáme, že vzdialenosť medzi doskou a guľôčkou je podstatne väčšia ako polomer guľôčky, $r << d$, a guľôčku môžeme považovať za bodovú časticu s nábojom Q.

c) Vyjadrite vzťah pre veľkosť sily $\boldsymbol{F}_e$, ktorou pôsobí vodivá doska na guľôčku s nábojom, a uveďte, či je sila príťažlivá alebo odpudivá.

d) Do akej minimálnej vzdialenosti d_m možno dosku ku guľôčke priblížiť, aby sa guľôčka dosky nedotkla. Určte posunutie x_{0m} guľôčky z pôvodnej rovnovážnej polohy pri dosiahnutí vzdialenosti d_m medzi guľôčkou a doskou.

e) Ak je vzdialenosť medzi doskou a guľôčkou $d >> d_m$, môže guľôčka okolo novej rovnovážnej polohy kmitať v smere kolmo na dosku. Určte frekvenciu f kmitov pre $d = 2\ d_m$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $\ell = 100$ cm, $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$, $r = 720\ \mu$m, $V_0 = 10{,}0$ kV, hustota hliníka $\rho = 2{,}7\times10^3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$.

Pri riešení úlohy predpokladajte, že rozmery dosky sú veľmi veľké a povrch dosky možno považovať za nekonečnú rovinu.

Odporúčania: V častiach c) až d) predpokladajte, že uhol φ vychýlenia vlákna zo zvislej polohy je veľmi malý, $\varphi << 1$ rad, a možno použiť približné vzťahy pre goniometrické funkcie malých uhlov. Pri úpravách môžete použiť približný vzťah $(1 + x)^n \approx 1 + n\,x$ pre $x << 1$.

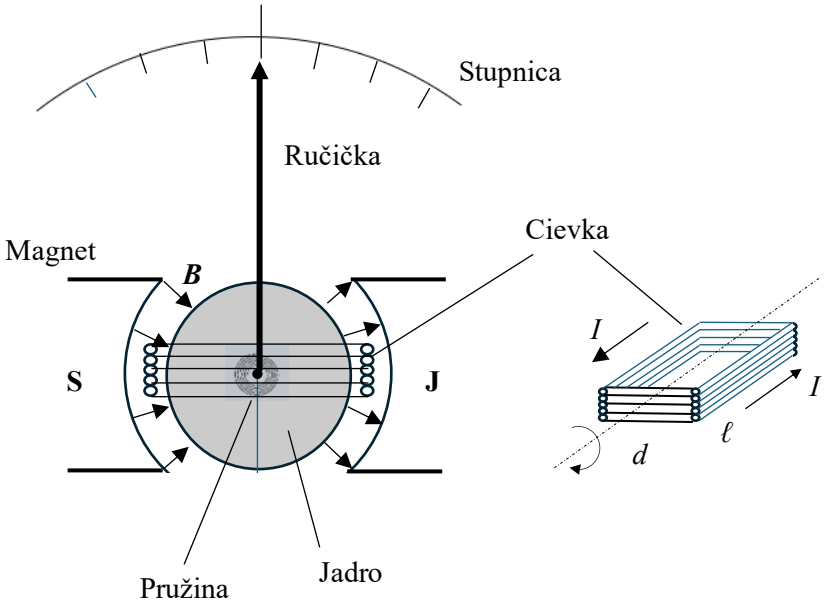
<u>Štvrtá študijná téma</u> – Magnetické pole a silové účinky magnetického poľa

Čo je magnetické pole, ako vzniká a aké má základné vlastnosti? Pole jednoduchých zdrojov. Magnetické indukčné čiary. Pole permanentného magnetu. Pole priameho prúdovodiča, kruhového závitu a valcovej cievky. Sila pôsobenia magnetického poľa na časticu s nábojom, na vodič s prúdom, na magnetický dipól a prúdovú slučku. Ampérov zákon. Princíp kompasu.

4. úloha - Galvanometer

V súčasnosti používame moderné elektronické meracie prístroje na báze polovodičových integrovaných obvodov, ako je v najjednoduchšej forme multimeter. Ešte nedávno sa ale používali analógové ručičkové prístroje. Medzi najcitlivejšie indikátory prúdu patrí *galvanometer*. Používal sa hlavne ako nulový indikátor napr. pri vyvažovaní Wheatstoneovho mostíka. Základný princíp galvanometra je znázornený na obrázku.





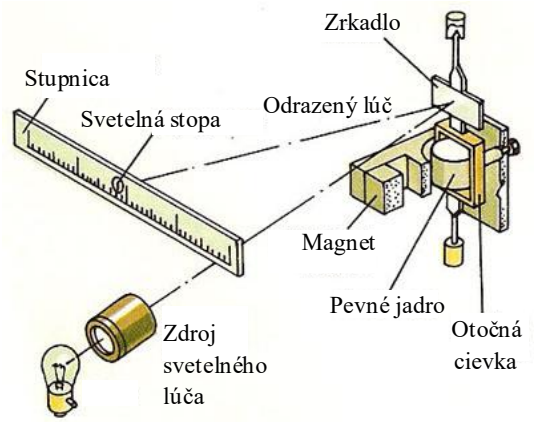
Prístroj pracuje na princípe silového pôsobenia magnetického poľa na otočnú cievku. Pomocou magnetu s valcovými výrezmi a feromagnetického jadra sa vytvorí medzera, v ktorej je axiálne magnetické pole s indukciou ***B*.** V magnetickom poli sa pohybuje rámová (obdĺžniková) cievka s N závitmi, otočná okolo osi systému, s rozmermi d kolmo na os otáčania a ℓ v smere osi. Natáčanie cievky indikuje ručička, pevne spojená s cievkou. Cievka je elektricky pripojená k vstupným svorkám prístroja, takže cievkou prechádza vstupný prúd I prístroja. Proti výchylke cievky z nulovej polohy pôsobí malá špirálová pružina s direkčným momentom D.

a) Napíšte vzťah pre moment sily M, ktorý pôsobí na cievku, ak ňou prechádza prúd I.
b) Určte citlivosť k galvanometra v jednotkách °/μA (stupeň na mikroampér)?

Vidíme, že galvanometer rozlišuje aj smer prúdu. Vysoká citlivosť sa dosahovala aj tým, že namiesto ručičky sa k oske pripevnilo malé zrkadielko, na ktoré sa zameral svetelný lúč. Ten sa po odraze premietal na projekčnú plochu vo vzdialenosti niekoľkých metrov, obrázok.

c) Určte najmenší indikovateľný prúd I_m, ak sa svetelná stopa zrkadlového galvanometra posunie o $x_m = 10$ mm na stupnici vo vzdialenosti $L = 2{,}0$ m.

Výsledky vyjadrite najprv všeobecne, a potom pre dané číselné hodnoty veličín: $B = 700$ mT, $N = 15$, $\ell = 25$ mm, $d = 20$ mm, $D = 21$ nN·m/rad.
Venujte pozornosť prevodom jednotiek, najmä jednotiek uhla stupeň a radián.

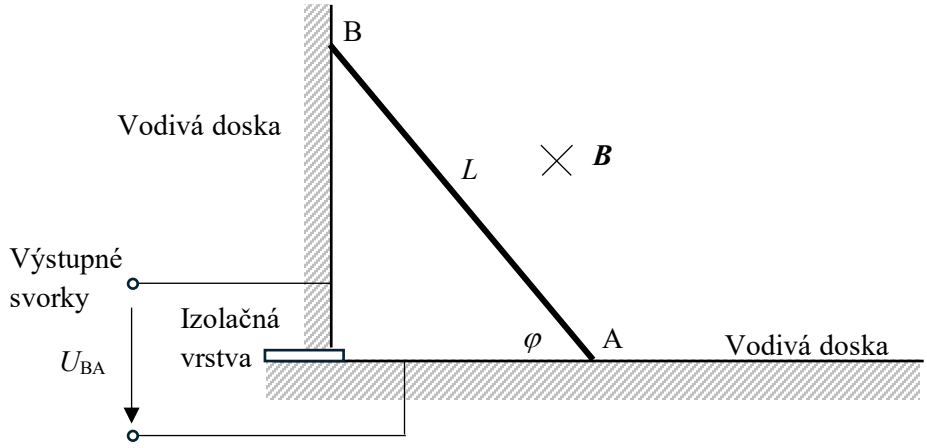


<u>Piata študijná téma</u> – Elektromagnetická indukcia

Magnetický indukčný tok. Faradayov zákon, indukované elektromotorické napätie. Elektrické napätie indukované v otvorenej vodivej slučke, indukovaný prúd v uzatvorenej vodivej slučke. Indukčná cievka, indukčnosť, energia cievky s prúdom. Princíp transformátora a generátora striedavého prúdu. Ako vzniká iskra zapaľovacej sviečky v zážihovom motore?

5. úloha - Tyč v magnetickom poli

Uvažujme sústavu podľa obrázka. Medzi elektricky vodivou vodorovnou doskou a elektricky vodivou zvislou doskou sa nachádza vodivá tyč s dĺžkou L a hmotnosťou m, ktorá sa pohybuje dolným koncom A po vodorovnej doske a horným koncom B po zvislej doske. Dosky sú vzájomne elektricky izolované tenkou izolačnou vrstvou. Predpokladajme, že oba kontakty tyče s doskami, ako aj obe dosky sú dokonale vodivé a trenie medzi tyčou a doskami je zanedbateľne malé.



Tyč sa pohybuje v homogénnom magnetickom poli s indukciou ***B*** rovnobežnom s obomi doskami. Medzi vodivé a navzájom izolované dosky je pripojený detekčný prístroj s vysokým vstupným odporom, ktorý zaznamenáva časový priebeh napätia U medzi doskami.

Tyč, na začiatku v pokoji, zviera s vodorovnou doskou uhol φ_0. Po uvoľnení začne klesať až do vodorovnej polohy.

a) Do obrázka sústavy nakreslite vektory síl, ktoré pôsobia na tyč tesne po jej uvoľnení z pokojovej polohy.
b) Zistite, kedy tyč stratí kontakt so zvislou stenou. Predpokladajte, že tyč nestratí kontakt s vodorovnou doskou počas celého pádu a po strate kontaktu so zvislou doskou sa už kontakt po zvyšok pádu neobnoví.
c) Určte veľkosť v_B vektora rýchlosti $\boldsymbol{v}_B$ bodu B tesne pred dopadom na vodorovnú dosku.
d) Určte napätie U_{BA} medzi vodivými doskami (výstupnými svorkami spojenými s doskami) ako funkciu uhla φ. Zostrojte graf tejto funkcie.

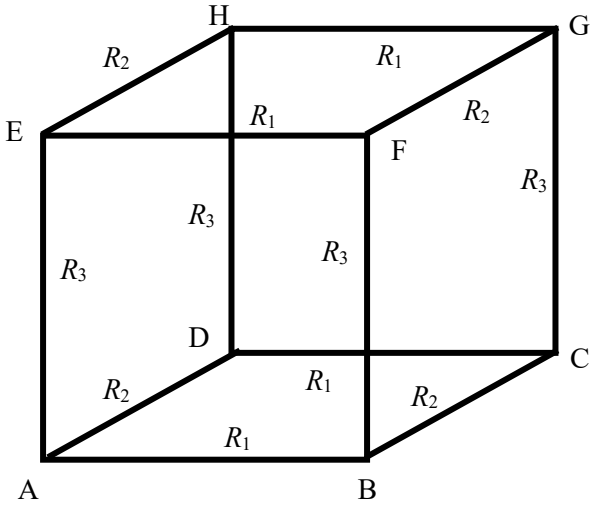
Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: $L = 50$ cm, $B = 200$ mT, $\varphi_0 = 60°$, $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.

<u>Šiesta študijná téma</u> – Elektrické obvody konštantného prúdu

Čo je elektrický obvod, čo sú uzly a slučky obvodu? Elektrický prúd, elektrické napätie, elektrický odpor, elektrická vodivosť. Ohmov zákon a Kirchhoffove zákony.

6. úloha - Sieť rezistorov

Chlapci vytvorili z rôznych vodivých drôtov kocku podľa obrázku. Na stranu AB a všetky s ňou rovnobežné použili úseky drôtu s odporom R_1, na stranu AD a všetky s ňou rovnobežné drôty s odporom R_2 a na stranu AE a všetky s ňou rovnobežné drôty s odporom R_3.
Potom postupne merali odpor medzi jednotlivými vrcholmi kocky.



a) Koľko rôznych hodnôt odporu namerali a medzi ktorými vrcholmi?
b) Odvoďte vzťah pre odpor R_{AG} medzi uzlami A a G telesovej uhlopriečky. Aké budú odpory medzi vrcholmi zvyšných telesových uhlopriečok?
c) Určte hodnoty odporov medzi uzlami jednotlivých telesových uhlopriečok pre hodnoty $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 20\ \Omega$ a $R_3 = 50\ \Omega$.
d) Uveďte vzťah pre odpor R_{AG}, ak majú všetky strany kocky rovnaký odpor R_1.

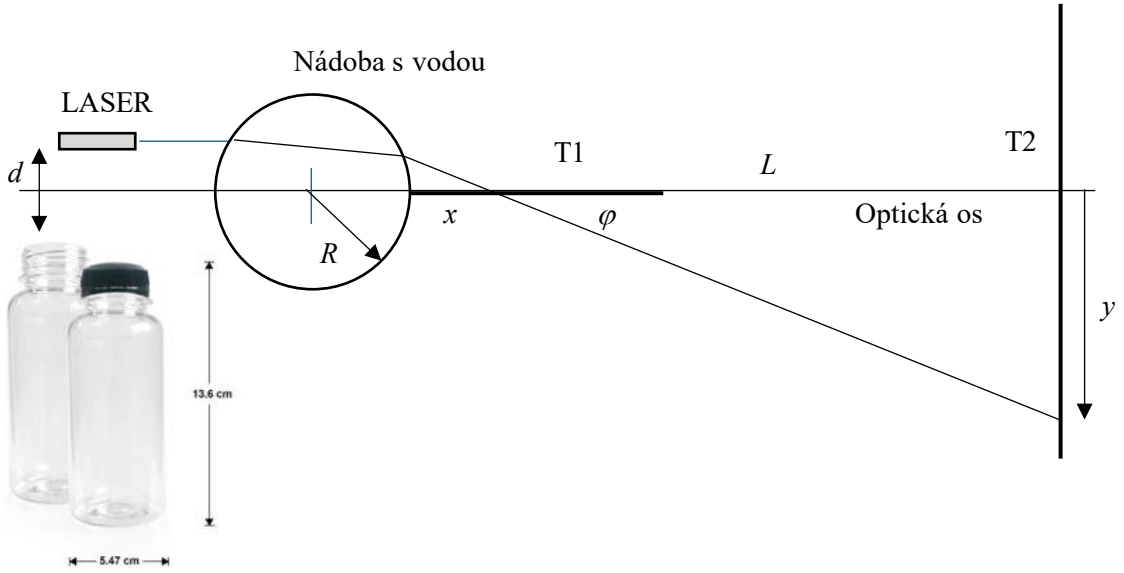
Pomôcka 1: Odporúčame použiť Kirchhoffove zákony pre nezávislé uzly a nezávislé slučky obvodu.
Pomôcka 2: Môžete využiť aj nasledujúcu skutočnosť. Ak rozdelíme kocku rovinou na dve časti, je celkový prúd prechádzajúci rovinou nulový, ak je vstupný uzol a výstupný uzol na jednej strane roviny, a celkový prúd prechádzajúci rovinou sa rovná vstupnému prúdu, ak sú vstupný a výstupný uzol na opačnej strane deliacej roviny. (Ide o určitý variant 1. Kirchhoffovho zákona).
Pozn.: V rámci domácej prípravy, ale nie ako súčasť tejto úlohy, si skúste vypočítať odpory medzi uzlami vo vrcholoch stranovej uhlopriečky a medzi susednými uzlami jednej hrany, napr. R_{AC} a R_{AB} pre rôzne odpory R_1, R_2, R_3 alebo pre $R_2 = R_3 \neq R_1$, prípadne pre rovnaké odpory hrán kocky. Využite pritom rôzne symetrie elektrického obvodu.

<u>Siedma študijná téma</u> – geometrická optika a optické zobrazovanie

Vznik a šírenie svetla, zdroje svetla. Svetlo ako vlnenie, svetelné lúče a vlnoplochy, Huygensov princíp. Kedy sú lúče priame, kedy zakrivené a kedy sa lomia. Snellov zákon lomu. Rýchlosť šírenia svetla a index lomu prostredia. Pozornosť venujte aj meraniu, tvorbe tabuliek a grafov, vyhodnocovaniu nepresnosti výsledkov merania.

7. úloha - Lom svetla – *experimentálna úloha*

Ideálna šošovka má povrch v tvare hyperboloidu, prípadne paraboloidu. Tieto povrchy sú z hľadiska výroby pomerne náročné (na rozdiel od zrkadiel). Jednoduchšou formou je sférický povrch, ktorý sa ľahšie vyrába, ale pri väčších apertúrach (otvoreniach) má veľké skreslenie, ktoré spočíva v tom, že rovnobežné lúče dopadajúce na šošovku sa nestretnú v ohniskovej rovine.
V tejto experimentálnej úlohe preskúmajte zobrazovanie valcovou šošovkou.
Na experiment použite laserové ukazovadlo, priehľadnú plastickú valcovú fľašu s priemerom 6 až 10 cm, vhodný držiak, dĺžkové meradlá.
Experiment usporiadajte podľa obrázku.



Na stôl postavte valcovú nádobu s vodou. Pred nádobu umiestnite v držiaku laserové ukazovadlo tak, aby bolo možné laser posúvať kolmo na optickú os sústavy a vyžarovaný lúč bol rovnobežný s optickou osou. Sústavu usporiadajte tak, aby lúč dopadal na stenu T2 kolmú na optickú os vo vzdialenosti $L > 1$ m od povrchu nádoby.
Úlohou experimentu je pre rôzne hodnoty d vzdialenosti lúča lasera, dopadajúceho na nádobu od optickej osi, merať vzdialenosť x, v ktorej lúč po prechode cez nádobu pretína optickú os, a uhol φ odchýlenia prechádzajúceho lúča od optickej osi.

Teoretický úvod:

a) Nakreslite obrázok sústavy a prechod lúča sústavou. V obrázku označte veličiny potrebné pre výpočet x/R a φ ako funkcie pomeru d/R, kde R je polomer valcovej nádoby.
b) Napíšte vzťahy potrebné na teoretický výpočet x/R a φ pre daný pomer d/R. Použite vhodný počítačový program a urobte potrebné výpočty a zostrojte grafy x/R a φ ako funkcie d/R.

Experiment:

c) Pod optickú os položte na stôl dĺžkové meradlo a pomocou zvislého tienidla T1, ktorého povrchom prechádza optická os, určte polohu stopy lúča a odmerajte vzdialenosť x pre danú hodnotu d.
d) Odstráňte tienidlo T1 a odmerajte vzdialenosť y stopy lúča od optickej osi na tienidle T2. Z rozmerov L, y a x určte uhol φ.
e) Namerané a vypočítané hodnoty x a φ zakreslite do grafov teoretických závislostí podľa časti b).
f) Získané výsledky zhodnoťte.

Index lomu vody $n = 1{,}33$. Vplyv tenkých stien nádoby na chod lúča zanedbajte.

Fyzikálna olympiáda – 68. ročník – úlohy domácej prípravy kat. B
Návrh a spracovanie úloh: Ľubomír Konrád (5, 6), Ivo Čáp (1, 2, 3, 4, 7)
Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Slavomír Tuleja
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026