

68. ročník Fyzikálnej olympiády

školský rok 2026/27

kategória A

Úlohy domácej prípravy

1. úloha - Vrh cez valec

Zaujímavá rastlina je *netýkavka malokvetá*, invázna rastlina rastúca bežne v prírode pôvodom z Ázie, ktorá sa vyznačuje tým, že semená vystreľuje až do vzdialenosti 3 m.

- a) Určte rýchlosť v_{0m} , ktorou sú semená vystreľované, ak dopadnú do maximálnej vodorovnej vzdialenosti $d_m = 300$ cm od rastliny.

Vedľa rastliny je položená valcová rúra s polomerom $R = 30$ cm. Predpokladajte, že na vodorovnej ploche, na ktorej leží rúra, leží tobolka so semenom vo vzdialenosti D od miesta, kde sa valec dotýka vodorovnej plochy.

- b) Vyjadrite všeobecné podmienky, ktoré treba splniť, aby semeno vystrelené rýchlosťou v_0 pod uhlom α zo vzdialenosti D v rovine kolmej na os valca preletelo valec bez dotyku s valcom.



Keďže analytický model deja je pomerne zložitý, analyzujte najprv podmienky prekonania valca experimentovaním pomocou vhodného počítačového modelu. Odporúčaný je voľný program GEOGEBRA: <https://www.geogebra.org/calculator>, tabuľkový procesor MS Excel alebo iný vhodný počítačový program. V použitom programe graficky znázorníte trajektóriu semiačka a obvodovú kružnicu valca. Zmenami hodnôt jednotlivých veličín hľadajte odpovede na nasledujúce otázky.

- c) Pre $D = 100$ cm a $\alpha = 60^\circ$ určte s pomocou modelu minimálnu začiatočnú rýchlosť $v_{0\min1}$ semiačka, aby prekonalo bez dotyku rúru. Určte vodorovnú vzdialenosť x_1 za bodom dotyku valca s podložkou, v ktorej semiačko dopadne.
- d) Pre $D = 100$ cm voľte rôzne uhly α vrhu a pre každý určte minimálnu rýchlosť $v_{0\min}$, pri ktorej semiačko preskočí bez kontaktu rúru. Zostrojte graf $v_{0\min}$ ako funkciu α . Z grafu určte uhol α_{01} , pre ktorý má minimálna rýchlosť $v_{0\min}$ najmenšiu hodnotu, a túto hodnotu $v_{0\min2}$ určte.
- e) Pomocou experimentu s modelom určte minimálnu začiatočnú rýchlosť $v_{0\min3}$, pri ktorej môže ešte semiačko prekonať rúru bez kontaktu. Zistite potrebné hodnoty $D_{\min}$ a $\alpha_{\min}$. Posúďte, či sú semiačka schopné prekonať valec.

Za určitých konkrétnych podmienok je možné úlohu riešiť aj analyticky.

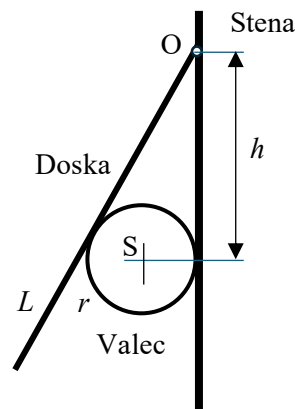
- f) Použite analytický model podľa časti b), odvodte vzťahy pre $D_{\min}$, $\alpha_{\min}$ a $v_{0\min3}$ a vypočítajte ich hodnoty. Pre získané výsledky zostrojte graf znázorňujúci obvod valca a trajektóriu semiačka. Výsledky výpočtu porovnajte s hodnotami získanými experimentovaním s počítačovým modelom.

Pozn.: Odpor vzduchu neuvažujte, $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. úloha - Valec pod doskou

V zvislej stene je upevnená obdĺžniková doska voľne otočná okolo vodorovnej osi na jej hornej strane. Dosku odchýlime od steny, vložíme pod ňu vodorovný valec tak, aby sa dotýkal steny aj dosky a jeho os S bola v hĺbke h pod osou O , pozri obrázok. Potom valec pomaly uvoľníme.

Doska má dĺžku L kolmú na os a hmotnosť M , valec má polomer $r < L$ a hmotnosť m . Faktor trenia medzi doskou a valcom je f_1 , medzi valcom a stenou f_2 .



- Prekreslite obrázok a znázorníte v ňom vektory síl, ktoré pôsobia na valec a dosku, ak valec zostane po uvoľnení v pokoji. Jednotlivé sily opíšte.
- Pre dané hodnoty M, L, m, r určte minimálne hodnoty $f_{1 \min}$ a $f_{2 \min}$ faktorov trenia f_1 a f_2 , pre ktoré zostane valec po uvoľnení v pokoji, ako funkcie hĺbky h .

Uvažujme zostavu s hodnotami veličín: $L = 50 \text{ cm}$, $M = 200 \text{ g}$, $r = 30 \text{ mm}$, $m = 25 \text{ g}$.

- Zostrojte spoločný graf $f_{1 \min}$ a $f_{2 \min}$ ako funkcie hĺbky h .
- Pre hodnoty faktorov trenia $f_1 = 0,35$ a $f_2 = 0,45$ určte, do akej hĺbky h musíme vložiť valec, aby pri jeho uvoľnení zostal v pokoji.
- Do akej hĺbky h treba vložiť valec, aby pri jeho pomalom uvoľnení sa prešmykol iba v mieste dotyku s doskou.

3. úloha - Obohacovanie uránu

Separácia zložiek zo zmesi plynov sa môže realizovať pomocou plynovej odstredivky. Tento princíp sa využíva pri obohacovaní uránu z prírodnej rudy, ktorá obsahuje približne 0,7 % uránu ^{235}U v zmesi s uránom ^{238}U a nepatrným množstvom uránu ^{234}U . Napríklad palivo jadrových elektrární vyžaduje obsah 3 až 5 % uránu ^{235}U , až 20 % používajú výskumné reaktory alebo viac ako 90 % jadrové zbrane. Pred separáciou sa urán prevedie na plyn zlučovaním s fluórom, ktorý má iba jeden stabilný izotop ^{19}F , na plyný fluorid uránový UF_6 . Tento plyn obsahuje iba molekuly s uránom ^{238}U a ^{235}U s nepatrne odlišnými hmotnosťami.

- V primárnej zmesi plynov uvažujme prírodný hmotnostný zlomok (hmotnostná koncentrácia) $^{235}\text{UF}_6$ iba $n_{10} = 0,70 \%$. Zvyšok je $^{238}\text{UF}_6$. Určte parciálne tlaky p_{10} a p_{20} a pomer $\eta_0 = p_{10}/p_{20}$ parciálnych tlakov jednotlivých zložiek zmesi pri teplote $t = 20^\circ\text{C}$.

Plynovú odstredivku tvorí dlhý valec, ktorý sa otáča okolo svojej osi veľkou rýchlosťou. V dôsledku odstredivej sily sa na obvodě zhromažďujú ťažšie častice ($^{238}\text{UF}_6$) zmesi a pri osi ľahšie ($^{235}\text{UF}_6$). Pri osi sa tak zvyšuje podiel ^{235}U v zmesi, tzn. dochádza k obohateniu uránu o štiepnu zložku. Obohatenie v jednej odstredivke je veľmi malé, a tak sa zaraďuje viac odstrediviek do kaskády, kedy obohatený plyn z jednej odstredivky sa opäť odstreďuje v nasledujúcej atď. Pri vysokom obohacovaní uránu býva v kaskáde aj niekoľko odstrediviek. Obohatený plyn sa odoberá od osi odstredivky, kde je koncentrácia zložky $\text{U}-235$ najväčšia. Pri osi je však veľmi nízky tlak, a teda množstvo získaného obohateného plynu je veľmi malé. Pri priemyselnom obohacovaní sa v prvom stupni kaskády nachádzajú stovky až tisíce paralelných odstrediviek.

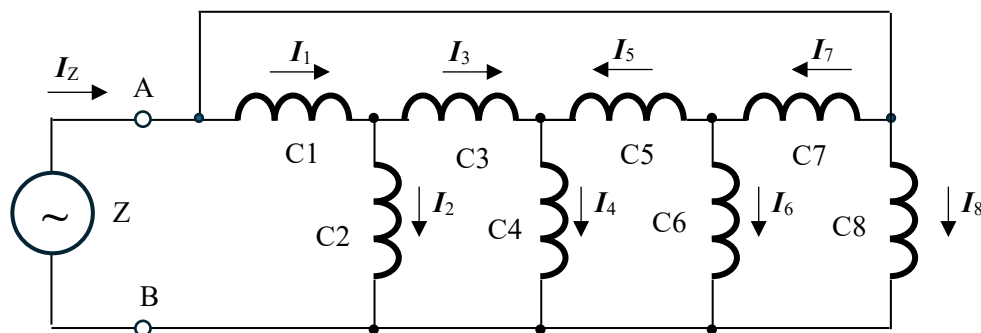
Uvažujme nasledovný ilustračný príklad.

Zvislý valec s priemerom $d = 20$ cm a výškou $h = 2$ m je otočný okolo svojej osi. Valec naplníme plynom UF_6 s prírodným zložením, tlakom $p_0 = 500$ kPa a teplotou $t = 20$ °C. Potom valec roztočíme s frekvenciou $N = 1000$ ot/s.

- Určte pomer $p(r)/p(0)$ tlaku plynovej zložky vo vzdialenosti r od osi a tlaku pri osi valca.
- Určte tlak $p_1(0)$ a $p_2(0)$ oboch zložiek plynu a celkový tlak $p(0)$ zmesi plynov pri osi valca a tlak zmesi plynov $p(d/2)$ pri stene valca, ak uvažíme, že množstvo plynu vo valci sa nemení.
- Určte pomer obohatenia $k_1 = \eta_1/\eta_0$ zmesi, kde $\eta_1 = p_1(0)/p_2(0)$, odoberanej pri osi rotujúcej odstredivky.
- Koľko stupňov s kaskády odstrediviek treba, aby sa dosiahlo zvýšenie koncentrácie ^{235}U na $n_5 = 5$ % pre jadrové elektrárne a na $n_{90} = 90$ % pre jadrové zbrane?

4. úloha - Elektrický obvod s cievkami

K zdroju Z striedavého prúdu s efektívnou hodnotou napätia U a frekvenciou f je pripojený elektrický obvod, ktorý tvorí reťazec štyroch C–C článkov s výstupom prepojeným na vstup. Obvod je znázornený na obrázku. Všetky indukčné cievky $C1$ až $C8$ majú rovnakú indukčnosť L a rovnaký odpor R .



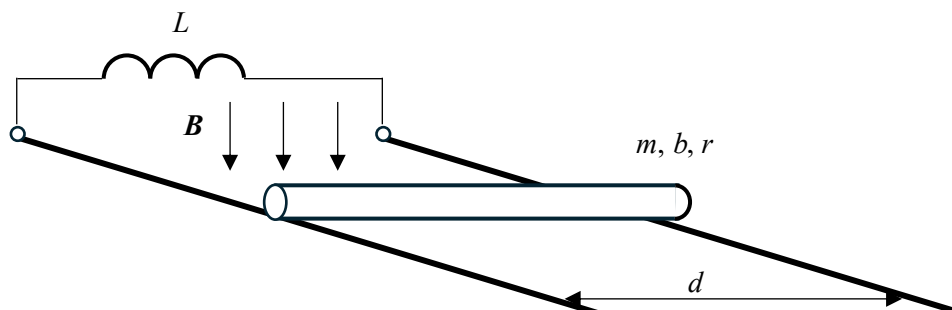
- Určte komplexnú impedanciu Z_{AB} obvodu vzhľadom na uzly A a B.
- Určte efektívnu hodnotu I_Z prúdu, prechádzajúceho zdrojom Z , a fázový rozdiel φ_Z prúdu I_Z a napätia U .
- Určte efektívne hodnoty I_1 až I_8 prúdov, prechádzajúcich cievkami $C1$ až $C8$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $f = 50$ Hz, $U = 24$ V, $R = 60$ Ω, $L = 1,5$ H.

Pri riešení úlohy využite vhodné prekreslenie obvodu na symetrickú schému a využite jej symetriu.

5. úloha - Valček na šikmých koľajničkách

Dve rovnobežné elektricky vodivé koľajničky so vzájomnou vzdialenosťou d vytvárajú trať so sklonom α voči vodorovnej rovine. Koľajničky sa nachádzajú v homogénnom magnetickom poli s magnetickou indukciou B zvislého smeru nadol. Na hornom konci sú spojené s induktorom s indukčnosťou L , pozri obrázok.



Na horný koniec koľajničiek položíme vodivý valček a polomerom r , dĺžkou b a hmotnosťou m kolmo na koľajničky. Valček sa po uvoľnení začne kotúľať smerom nadol.

Predpokladajte, že elektrický kontakt medzi valčekom a koľajničkami je dokonalý, elektrický odpor celého okruhu je nulový a valček sa valí po koľajničkách bez preklzavania.

- Určte vzdialenosť ℓ , ktorú valček prejde pozdĺž koľajničiek do zastavenia a maximálny prúd I induktora.
- Určte čas t_n , za ktorý sa valček vráti do pôvodnej polohy.
- Ako sa zmenia výsledky, ak bude vektor magnetickej indukcie orientovaný opačným smerom?

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: $B = 1,5 \text{ T}$, $L = 25 \text{ mH}$, $\alpha = 30^\circ$, $d = 10 \text{ cm}$, $m = 20 \text{ g}$, $r = 1,0 \text{ mm}$, $b = 12 \text{ cm}$, tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

6. úloha - Zrážka jadier

Pri výskume jadrových interakcií sa vyšetrujú, okrem iného, zrážky atómových jadier. Potrebná rýchlosť ťažších častíc sa dosahuje v lineárnych urýchľovačoch.

Jedným z takýchto experimentov je ostreľovanie nehybných jadier olova $^{207}_{82}\text{Pb}$ urýchlenými jadrami uhlíka $^{12}_6\text{C}$. Keďže nukleárne sily sú sily krátkeho dosahu, prejavajú sa až pri priblížení jadier na

bezprostredný kontakt. Atómové jadro sa pritom považuje za guľu a polomerom $R = R_0 A^{\frac{1}{3}}$, kde $R_0 = 1,3 \times 10^{-15} \text{ m}$ sa považuje za polomer nukleónu a A je počet nukleónov v jadre.

- Určte hmotnosť a elektrický náboj obidvoch jadier.
- Určte najmenšiu rýchlosť $v_{C0 \min}$ jadra uhlíka pred zrážkou, aby došlo k priamemu kontaktu jadier, a tým aj k jadrovej reakcii. Akým napätím U_m musí byť jadro uhlíka urýchlené.
- Zistite, aké jadro vznikne spojením oboch jadier a či je vzniknuté jadro stabilné. Ako je možné sa o spojení jadier presvedčiť?

Úlohu riešte všeobecne a potom pre číselné hodnoty veličín.

Potrebné konštanty a informácie vyhľadajte na internete.

Jadro olova je na začiatku v pokoji a v dôsledku pôsobenia jadra uhlíka sa môže voľne pohybovať.

7. úloha - VA charakteristiky LED

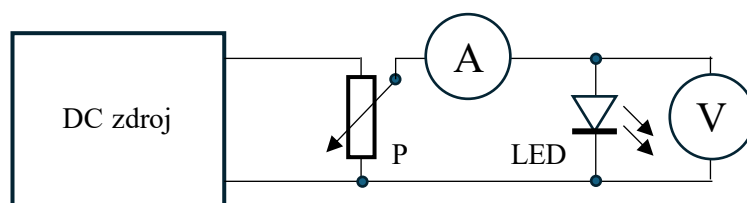
Bohato využívané polovodičové prvky sú diódy LED (Light Emitting Diode). Súčasné technológie umožňujú realizáciu ľubovoľnej farby viditeľného spektra. V prenosovej technike sa využívajú infračervené diódy, na terapeutické účely sa používajú UV LED. LED sú alebo diskkrétne súčiastky, alebo tvoria veľkoplošnú integrovanú štruktúru, napr. LED obrazovky alebo displeje mobilov. Dnes sa vysoko energetické LED používajú ako osvetľovacie telesá alebo reflektory áut. Realizácia zdroja bieleho svetla vyžaduje mix troch farieb (LED) systému RGB (Red–Green–Blue).

Cieľom úlohy je overiť elektrické vlastnosti LED.

1. Preštudujte si základný princíp LED. Od čoho závisí farba emitovaného svetla. Aké polovodičové materiály sa používajú pre červené, zelené a modré diódy?
2. Na základe merania V–A charakteristiky určte prahové napätie polovodičových diód, ktoré korešponduje približne so šírkou zakázaného pásu polovodiča (v praxi býva menšie o 0,1 až 0,4 V).
3. Z nameraných hodnôt prahových napätí troch LED s tromi farbami (červená, zelená, modrá) určte zodpovedajúce vlnové dĺžky emitovaného svetla. (Diódy možno kúpiť v obchode s elektronikou)

Poznámky:

- Odporúčané zapojenie meracieho obvodu:



Zdroj postačí do 5 V. Môže byť laboratórny zdroj s laditeľným napätím, potom nie je potrebný potenciometer P. Stačí tiež použiť batériu s napätím 9 V a výstupné napätie regulovať potenciometrom. Je vhodné použiť dva multimetre, jeden nastavený na meranie prúdu (rozsah do 20 mA), druhý na meranie napätia (rozsah do 6 V). Vhodné je pre každú charakteristiku namerať min. 10 bodov.

- Postupne zvyšujte napätie a merajte hodnoty napätia a prúdu. Hodnoty zapíšte do tabuľky.
- Zostrojte do jedného grafu V-A charakteristiky jednotlivých diód.
- Prahové napätie určte tak, že zostrojíte predĺženie lineárnej časti charakteristiky a prahové napätie je priesečníkom predĺženia s osou napätia.
- Výsledky porovnajte s hodnotami udávanými na internete.
- K jednotlivým prahovým napätiam určte vlnovú dĺžku emitovaného žiarenia.

Fyzikálna olympiáda – 68. ročník – úlohy domácej prípravy kat. A

Návrh a spracovanie úloh: Slavomír Tuleja (1), Ľubomír Konrád (2, 4, 6), Ivo Čáp (3, 5, 7)

Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Slavomír Tuleja

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026