

Číslo súťažiaceho:

Biologická olympiáda

Ročník: 60.

Školský rok: 2025/2026

Kolo: Celoštátne

Kategória: A

Teoreticko-praktická časť

Praktická úloha č. 1 (90 minút, 45 bodov)

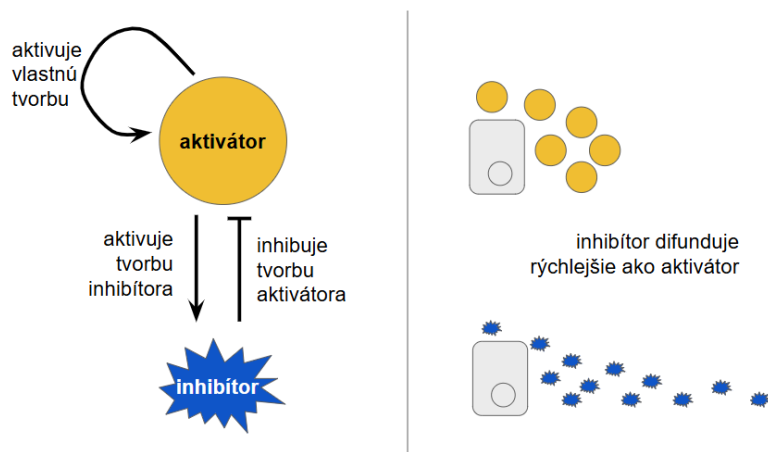
Téma: Vývinová biológia – vznik vzorov na telách živočíchov

Mnohé živočíchy majú na svojich telách fascinujúce farebné vzory, ktoré môžu slúžiť ako maskovanie, výstražný signál, či na prilákanie sexuálnych partnerov. Vzhľad týchto vzorov nie je priamo kódovaný žiadnym génom, ale je daný interakciami medzi bunkami, ktoré dané sfarbenie produkujú. Je teda príkladom samoorganizácie – procesu, v ktorom globálne usporiadanie vzniká na základe lokálnych pravidiel. Samoorganizácia je v prírode všadeprítomná od úrovne buniek až po celé spoločenstvá. V tejto úlohe preskúmate jeden z modelov vzniku vzorov, tzv. Turingov reakčno-difúzny systém. Nenechajte sa odradiť tým, že mnohé koncepty v tejto úlohe budú pre Vás úplne nové. Pozorne si prečítajte vysvetľujúci text a obrázky, a skombinujte ich s vlastnými vedomosťami.

Pomôcky: Počítač s priečinkom s číslom súťažiaceho na ploche (obsahuje priečinok simulácia a súbor odpovede.pptx), pravítko, kalkulačka.

Prvá časť — simulácia Turingovho modelu

Matematik Alan Turing sa zaoberal otázkou ako môžu bunky vytvoriť vzory (napr. pruhy či bodky) začínajúc z pôvodne homogénneho rozdelenia. Navrhol, že by mohli komunikovať prostredníctvom dvoch molekúl, ktoré nazval aktivátor a inhibítor (pozri obrázok).



Tieto molekuly majú nasledovné vlastnosti

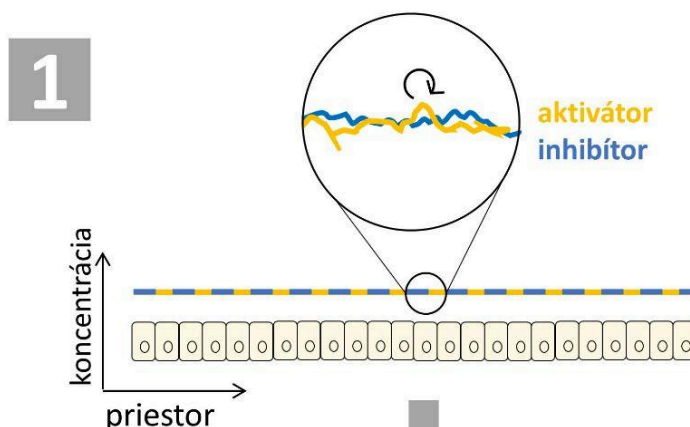
- aktivátor aktivuje svoju vlastnú tvorbu, ale aj tvorbu inhibítora (ostré šípky)
- inhibítor inhibuje tvorbu aktivátora (t.j. zabraňuje tvorbe aktivátora, plochá šípka)
- inhibítor difunduje výrazne rýchlejšie než aktivátor (môže to byť napr. výrazne menšia molekula)

V tejto úlohe budeme označovať aktivátor žltou a inhibítor modrou farbou.

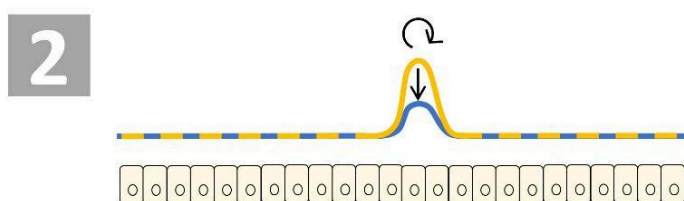
Číslo súťažiaceho:

Ako takéto usporiadanie vedie k vzniku vzorov ilustrujú nasledujúce obrázky.

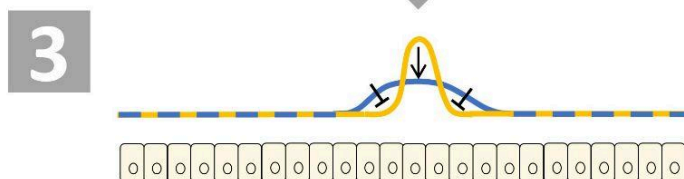
(1) Predstavme si rad buniek, ktoré majú okolo seba v priemere rovnakú koncentráciu aktivátora aj inhibítora. Vo všetkých skutočných systémoch však existuje šum, vďaka ktorému na niektorých miestach náhodne prevládne aktivátor.



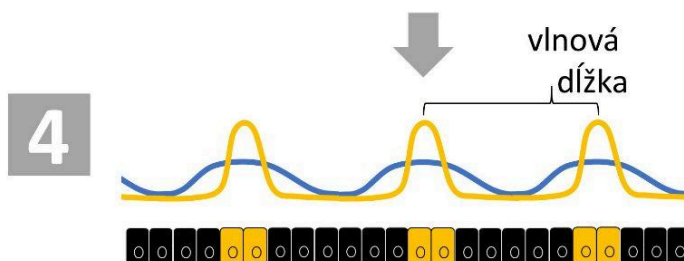
(2) Aktivátor stimuluje bunky aby vytvárali ešte viac aktivátora, ale zároveň stimuluje aj tvorbu inhibítora.



(3) Keďže inhibítor difunduje rýchlejšie ako aktivátor, vytvorí okolo zóny aktivátora inhibičnú zónu. Tu prevláda inhibítor a ďalšia aktivačná zóna môže vzniknúť len mimo nej



(4) Nakoniec sa v celom tkanive ustáli pravidelný vzor striedajúcich sa aktivačných a inhibičných oblastí s charakteristickou vlnovou dĺžkou (vzdalenosťou medzi dvoma aktivačnými zónami). Bunky tieto rozdiely v koncentráciách aktivátora a inhibítora



interpretujú ako signály, ktoré určujú výsledné sfarbenie. V tejto úlohe budeme ďalej oblasti s prevládajúcim aktivátorom označovať svetlou (žltou) farbou a oblasti s prevládajúcim inhibítorom tmavou (čiernou) farbou.

Úloha 1. Na základe uvedených informácií označte pravdivé tvrdenia.

- A. Bez prítomnosti šumu v koncentrácii aktivátora/inhibítora by vzor nevznikol
- B. Ak sa nezmení rýchlosť difúzie aktivátora alebo inhibítora, bude vlnová dĺžka vzniknutého vzoru vždy rovnaká
- C. Ak sa nezmení rýchlosť difúzie aktivátora alebo inhibítora, bude umiestnenie aktivačných a inhibičných zón v priestore vždy rovnaké
- D. Ak bude rýchlosť difúzie aktivátora rovnaká ako rýchlosť difúzie inhibítora, vzor nevznikne

Číslo súťažiaceho:

Na to, aby sme mohli presnejšie preskúmať a modelovať správanie tohto modelu, musíme ho teraz formulovať matematicky. Turingov model je vyjadrený dvoma rovnicami, v ktorých budeme označovať **koncentráciu aktivátora písmenom u** a **koncentráciu inhibítora v** .

$$\begin{array}{l} \text{aktivátor} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \underbrace{F(u, v) - d_u u}_{\text{reakcia}} + \underbrace{D_u \Delta u}_{\text{difúzia}} \\ \text{inhibítor} \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \underbrace{G(u, v) - d_v v}_{\text{reakcia}} + \underbrace{D_v \Delta v}_{\text{difúzia}} \end{array}$$

Obe rovnice majú podobný formát, ktorý vyjadruje, že zmena koncentrácie inhibítora alebo aktivátora v čase a priestore je daná ich tvorbou, degradáciou a difúziou. Pre potreby tejto úlohy nemusíte pochopiť celý zápis, všimnite si však, že v prípade degradácie aj difúzie sa koncentrácia aktivátora alebo inhibítora násobí koeficientami, ktoré vyjadrujú rýchlosť daného procesu. Napr. D_u je difúzny koeficient aktivátora — čím má väčšiu hodnotu tým rýchlejšia je difúzia. Podobne d_u vyjadruje rýchlosť degradácie aktivátora — čím väčšie číslo to je, tým rýchlejšia je degradácia. Keďže však ide o degradáciu je pred celým výrazom znamienko mínus.

Keďže tvorba aktivátora aj inhibítora sú navzájom prepojené, sú dané funkciami $F(u, v)$ a $G(u, v)$, ktoré závisia od koncentrácií oboch molekúl.

$$\begin{array}{l} 0 \leq F(u, v) = \underbrace{a_u u}_{\text{vplyv aktivátora}} + \underbrace{b_u v}_{\text{vplyv inhibítora}} + c_u \leq \underbrace{Fmax}_{\text{maximálna rýchlosť tvorby}} \\ 0 \leq G(u, v) = \underbrace{a_v u}_{\text{vplyv aktivátora}} + \underbrace{b_v v}_{\text{vplyv inhibítora}} + c_v \leq \underbrace{Gmax}_{\text{maximálna rýchlosť tvorby}} \end{array}$$

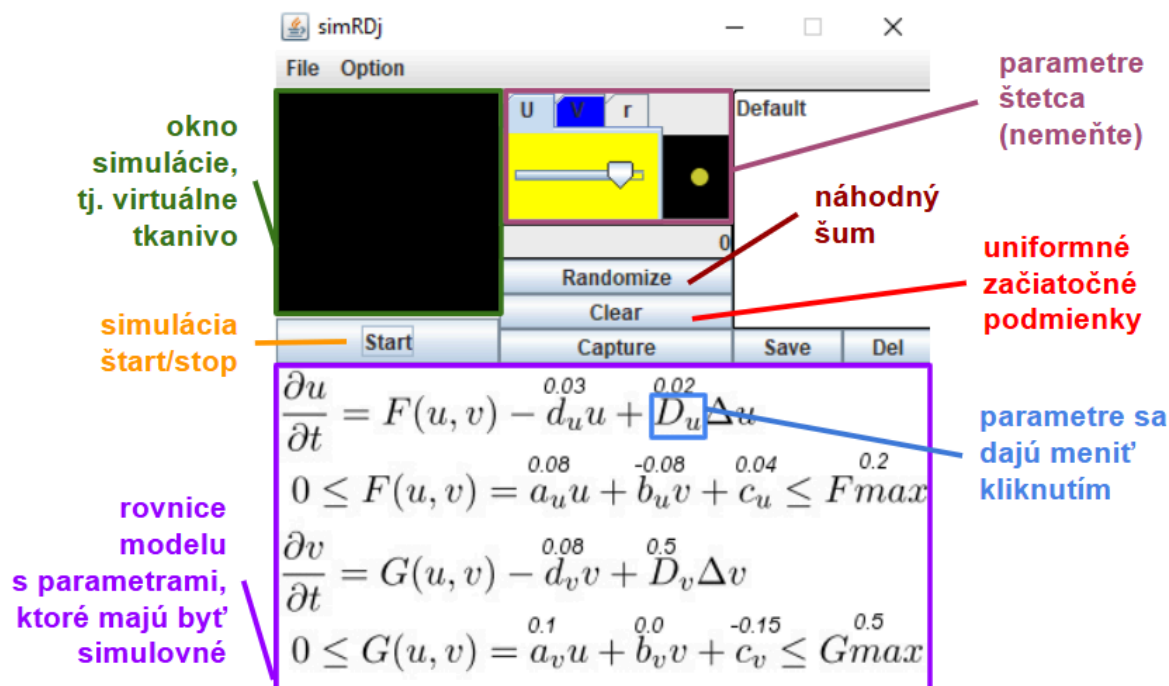
V týchto rovniciach označuje výraz $a_u u$ vplyv koncentrácie aktivátora na jeho vlastnú tvorbu a výraz $a_v u$ vplyv koncentrácie aktivátora na tvorbu inhibítora. Keďže v našom modeli aktivátor aktivuje tvorbu seba samého aj tvorbu inhibítora, budú a_u aj a_v kladné čísla. Podobne, $b_u v$ je vplyv koncentrácie inhibítora na tvorbu aktivátora a $b_v v$ je vplyv inhibítora na jeho vlastnú tvorbu. Keďže inhibítor znižuje tvorbu aktivátora, bude b_u záporné číslo. Okrem toho máme zadefinované, že minimálna hodnota produkcie je 0, a môžeme priamo zadať rôzne hodnoty maximálnej produkcie $Fmax$ a $Gmax$. Hodnoty c_u a c_v súvia s bazálnymi hodnotami produkcie a v tejto úlohe sa nimi nebudeme zaoberať.

Úloha 2. Prečo budeme ďalej v úlohe používať hodnotu $b_v = 0$?

- A. Pretože bez prítomnosti aktivátora bunky neprodukujú inhibítor.
- B. Pretože bez prítomnosti inhibítora bunky neprodukujú aktivátor.
- C. Pretože inhibítor v našom modeli priamo neovplyvňuje svoju vlastnú tvorbu.
- D. Pretože aktivátor v našom modeli priamo neovplyvňuje svoju vlastnú tvorbu.

Číslo súťažiaceho:

Ďalej bude Vašou úlohou simulovať vplyv rôznych parametrov nášho matematického modelu na výsledný farebný vzor. To urobíte pomocou simulátora vo vašom priečinku na ploche (súbor RDsimJ.jar). Po jeho otvorení by sa vám malo zobraziť rozhranie na obrázku nižšie. Rovnice, ktoré sme si predstavili, už majú v tomto simulátore zadané východiskové parametre, ktoré budete používať ak nie je v zadaní uvedené inak. **Ak Vám niečo nie je jasné ohľadom ovládania simulátora alebo máte akékoľvek technické problémy, privolajte dozor — za tento typ otázok nebudete bodovo penalizovaní.**



Úloha 3. Vplyv rýchlosti difúzie na vlnovú dĺžku výsledného vzoru.

Vašou úlohou bude simulovať rôzne rýchlosti difúzie aktivátora a inhibítora zmenami parametrov D_u a D_v v modeli. Hodnoty, ktoré máte simulovať nájdete v súbore odpovede.pptx, do ktorého musíte pre získanie bodov skopírovať a uložiť výsledné vzory.

V tejto simulácii budete zatiaľ pracovať bez šumu a kliknutím do okna simulácie spôsobíte zmenu koncentrácie, ktorá bude viesť ku vzniku vzoru koncentrických kruhov resp. prúžkov.

Postup:

1. Otvorte simulátor a nastavte požadovanú kombináciu parametrov (ak potrebujete zresetovať východiskové parametre v rovniciach, najlepšie je simulátor zavrieť a znovu otvoriť).
2. Kliknite čo najbližšie k stredu pravého okraja simulačného poľa. V čiernom štvorci sa objaví žltý bod.
3. Kliknite na "Start" a počkajte kým sa vzor ustáli.
4. Kliknite na "Stop"
5. Použite Windows Nástroj na vystrihovanie (Snipping Tool) alebo Print Screen na vloženie obrázku vzoru do správneho políčka odpovedovej tabuľky v súbore odpovede.pptx
6. Kliknite na "Clear", zadajte nové parametre a zopakujte kroky 2—6.

Číslo súťažiaceho:

Úloha 4. Najmenej koľkokrát musí byť na základe Vašich experimentov rýchlejšia difúzia inhibítora než aktivátora aby vznikol vzor? Výsledok uveďte ako celé číslo.

Úloha 5. Na základe Vášho experimentu označte pravdivé tvrdenia.

- A. Vzory môžu vzniknúť aj pri úplnej strate inhibítora
- B. Čím rýchlejšia je difúzia inhibítora, tým väčšia bude vlnová dĺžka výsledného vzoru
- C. Pomalšia difúzia aktivátora vedie k vzniku vzorov s kratšou vlnovou dĺžkou.
- D. Zmenami difúzných parametrov môžeme dosiahnuť kvalitatívnu zmenu druhu vzoru napr. z pruhov na bodky.

Úloha 6. Niektorí vedci navrhujú, že rozmiestnenie a počet prstov na končatinách sú tiež riadené reakčno-difúznym systémom zloženým z dvoch proteínov. V tomto prípade by počet prstov závisel od vlnovej dĺžky vzoru a veľkosti vyvíjajúcej sa končatiny. Inak povedané, koľko aktivačných zón sa zmestí do vznikajúcej končatiny počas špecifikácie prstov. Ktoré z nasledujúcich experimentálnych výsledkov podporujú túto hypotézu?

- A. Úplná strata potenciálneho aktivátora vedie k vzniku končatiny bez prstov.
- B. Fúzia inhibítora s fluorescenčným proteínom vedie k väčšiemu počtu prstov, než je obvyklé.
- C. Delécia veľkej časti aktivátora pri zachovaní jeho biologickej funkcie nemá žiadny vplyv na počet prstov.
- D. Zväčšenie vznikajúcej končatiny stimuláciou delenia buniek vedie k väčšiemu počtu prstov, než je obvyklé.

Úloha 7. Vplyv iných parametrov na vlastnosti vzoru

V ďalšom experimente preskúmate vplyv maximálnej rýchlosti tvorby aktivátora **F_{max}** , samoaktivácie aktivátora **a_u** , a inhibície aktivátora inhibítorom **b_u** na výsledný vzor. V tomto experimente použijete náhodný šum ako počiatočné podmienky, takže pri východiskových parametroch nebudú výsledkom paralelné pruhy, ale vzory pripomínajúce labyrint. Hodnoty, ktoré máte simulovať nájdete v súbore odpovede.pptx, do ktorého musíte pre získanie bodov opäť skopírovať a uložiť výsledné vzory.

Postup:

1. Otvorte simulátor a nastavte požadovanú hodnotu testovaného parametra (vždy používajte východiskové parametre a meňte iba hodnoty jedného parametra, ktorý testujete).
2. Kliknite na "Randomize".
3. Kliknite na "Start" a počkajte kým sa vzor ustáli.
4. Kliknite na "Stop".
5. Použite Windows Nástroj na vystrihovanie (Snipping Tool) alebo Print Screen na vloženie obrázku vzoru do správneho políčka odpovedovej tabuľky v súbore odpovede.pptx
6. Kliknite na "Clear", zadajte novú hodnotu a zopakujte kroky 2—6.

Číslo súťažiaceho:

Úloha 8. Na základe Vašich experimentov označte pravdivé tvrdenia.

- A. Pri veľmi silnej samoaktivácii a_u by nakoniec v celom tkanive prevládlo sfarbenie spôsobené aktivátorom.
- B. Zmena typu vzoru z labyrintu na bodky je možná iba zmenami v sile inhibície b_u .
- C. Ak má živočích na niektorých častiach tela labyrintový vzor a inde bodky, môže to byť spôsobené rôznou rýchlosťou tvorby aktivátora (F_{max}) v týchto tkanivách.
- D. Ak je sila inhibície b_u príliš malá, nakoniec v celom tkanive prevládne sfarbenie spôsobené inhibítorom.

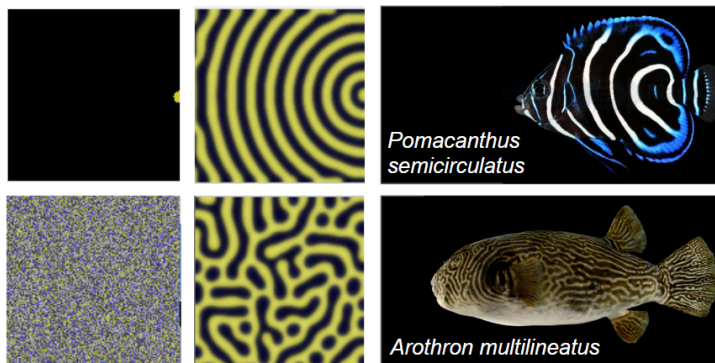
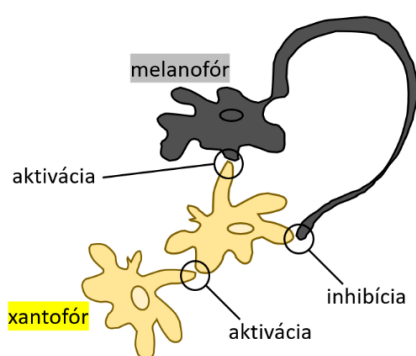
Úloha 9. Zmeny ktorých parametrov vo Vašom modeli môžu spôsobiť, že vzor úplne zanikne?

- A. rýchlosť difúzie aktivátora D_u
- B. maximálna rýchlosť tvorby aktivátora F_{max}
- C. sila samoaktivácie a_u
- D. sila inhibície b_u

Druhá časť — aplikácia modelu na sfarbenie rýb

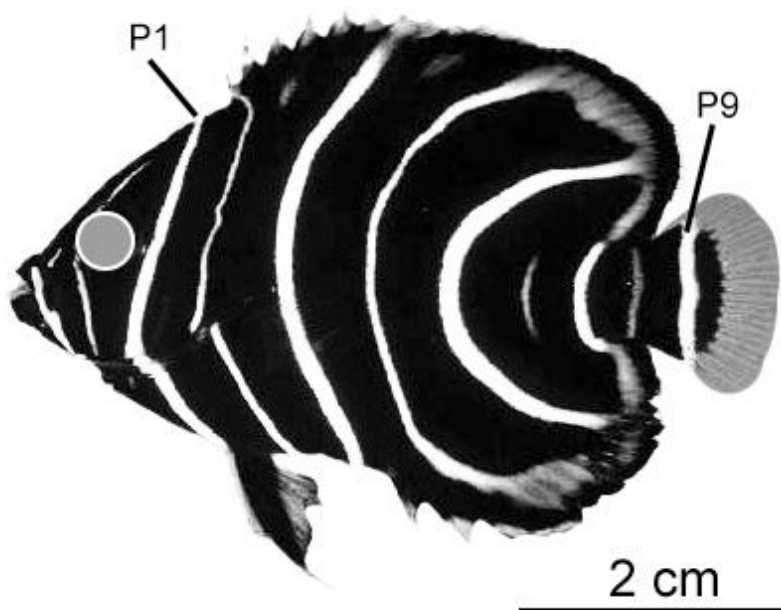
Ryby sú zaujímavým systémom na štúdium vzniku vzorov, keďže na rozdiel od mnohých iných živočíchov je u nich proces tvorby vzorov (*patterning*) aktívny počas celého ich života. Vzory na ich telách vznikajú reakčno-difúznym mechanizmom, avšak aktivátorom a inhibítorom tu nie sú molekuly, ale priamo pigmentové bunky, tzv. xantofóry a melanofóry (obrázok nižšie, vľavo). Zhlukovanie melanofórov v určitej oblasti vyvolá tmavé sfarbenie a zhlukovanie xantofórov svetlé. Oba typy buniek sú pohyblivé, čo je ekvivalent difúzie, a interagujú pomocou výbežkov cytoplazmatickej membrány čím vzájomne ovplyvňujú svoje zhlukovanie. Xantofóry majú kratšie výbežky, ktorými komunikujú aktivačné signály iným xantofórom a melanofórom. Melanofóry majú dlhšie výbežky, ktorými komunikujú inhibičné signály xantofórom. Podľa toho, kde sa spustí patterning, môžu mať ryby rôzne vzory, čo zodpovedá situáciám, ktoré ste skúmali v prvej časti úlohy (obr. nižie, vpravo). U druhu *Pomacanthus semicirculatus* je patterning spustený na hranici tela a chvosta, pričom výsledkom sú paralelné kruhy/pruhy. U *Arothron multilineatus* je iniciácia vzoru náhodná a vznikajú labyrintové vzory.

V nasledujúcich úlohách budeme uvažovať, že interakcie medzi melanofórmi a xantofórmi sa presne riadia modelom, ktorý ste simulovali v prvej časti.



Číslo súťažiaceho:

Úloha 10. Keďže patterning je u rýb stále aktívny, vzory na ich telách sa počas života menia. Ak sa napr. dve aktivačné zóny rastom tkaniva dostatočne vzdialia, vznikne medzi nimi ďalšia — to môžeme pozorovať na tele *P. semicirculatus*, kde sa s rastom pridávajú ďalšie pruhy. Vďaka tejto vlastnosti môžeme určiť vlnovú dĺžku vzoru jednoduchým meraním vzdialeností medzi pruhmi. Vašou úlohou bude určiť vlnovú dĺžku pomocou priloženého obrázku.



Postup:

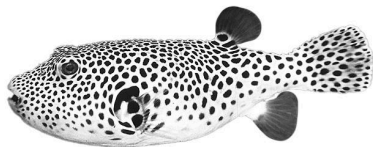
1. Odmerajte vzdialenosť od stredu pruhu P1 k stredu najbližšieho susedného pruhu smerom k chvostu.
2. Zmerajte takto vzdialenosť od predchádzajúceho pruhu ku každému nasledujúcemu pozdĺž strednej osi tela až po pruh P9.
3. Určte priemernú vzdialenosť medzi dvoma pruhmi.
4. Použite mierku v obrázku na prepočet priemernej vzdialenosti z obrázka na reálnu vzdialenosť. Výsledok uveďte v mm, zaokrúhlený na dve desatinné miesta.

Namerané vzdialenosti pruhov (mm na obrázku):							
P1—P2	P2—P3	P3—P4	P4—P5	P5—P6	P6—P7	P7—P8	P8—P9
Priemerná vzdialenosť pruhov (mm na obrázku):							
Skutočná priemerná vzdialenosť pruhov (mm): = vlnová dĺžka vzoru							

Úloha 11. Ryby *P. semicirculatus* majú veľkosť tela (vrátane hlavy a chvosta) asi 2 cm, keď sa u nich prvý raz objaví vzor bielych pruhov. Na základe vami zistenej vlnovej dĺžky vzoru určte, koľko bielych pruhov vtedy najpravdepodobnejšie majú (tj. koľko pruhov sa do tela takejto veľkosti určite zmestí).

Číslo súťažiaceho:

Úloha 12. Keďže vzory na tele nie sú určené vopred, ale vznikajú samoorganizáciou, nie je jednoduché predpovedať, ako budú vyzerieť po krížení jedincov s rôznymi vzormi. Ryby rodu *Arothron* majú širokú škálu vzorov, ktoré sa niekedy používajú aj na klasifikáciu druhov. Na obrázkoch nižšie vidíte vzhľad niektorých druhov rodu *Arothron*.



A. stellatus



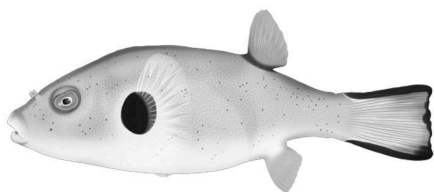
A. hispidus



A. nigropunctatus



A. manilensis



A. immaculatus



A. multilineatus

Vašou úlohou je použiť simulátor a na základe výsledkov z prvej časti úlohy nastaviť parametre modelu pre medzidruhového kríženca druhov *A. stellatus* a *A. hispidus*. Ostatné parametre použijete rovnaké ako tie vo východiskovom modeli. Do nasledujúcej tabuľky uveďte iba hodnoty parametrov, ktoré ste zmenili oproti pôvodnému modelu a do ostatných políčok dajte krížik.

d_u		D_u	
d_v		D_v	
a_u		b_u	
a_v		b_v	
F_{max}		G_{max}	

Úloha 13. Spustíte simuláciu s náhodnými počiatočnými podmienkami. Ktorému druhu z rodu *Arothron* sa najviac podobá výsledný vzor?

--

Číslo súťažiaceho:

Úloha 14. Na základe výsledkov simulácie v úlohe 13 a predchádzajúcich úlohách označte pravdivé tvrdenia.

- A. Iba na základe sfarbenia je možné zameniť si medzidruhového kríženca *A. stellatus* a *A. hispidus* so samostatným druhom.
- B. Medzidruhový križenec *A. stellatus* a *A. hispidus* môže byť reprodukčne izolovaný od populácií rodičovských druhov, pretože potenciálni partneri ho nerozpoznajú podľa sfarbenia.
- C. Mutácia u *A. multilineatus*, ktorá zosilňuje negatívnu interakciu medzi melanofórmami a xantofórmami by mohla viesť k podobnému vzoru aký má *A. hispidus*.
- D. Zvýšenie pohyblivosti xantofórov u *A. manilensis* by mohlo viesť k podobnému vzoru aký má *A. immaculatus*.

KONIEC PRAKTICKEJ ÚLOHY