

## 67. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2025/2026

kategória C

riešenie úloh domácej prípravy

### 1. úloha - Puk na doske

Riešenie:

- a) Po vstupe na dosku sa puk šmýka po jej povrchu a proti jeho pohybu pôsobí sila trenia  $F_1 = f_1 m g$ . Táto sila pôsobí (ako reakcia) na dosku. Proti pohybu dosky pôsobí sila  $F_2$  trenia medzi doskou a stolom. Doska sa nepohne, ak trenie zostáva statické  $F_2 \leq f_2 (M + m) g$  a  $F_1 = F_2$ .

Hraničná podmienka je  $f_1 m = f_2 (M + m)$ , a teda  $f_1 = \left(\frac{M}{m} + 1\right) f_2 = f_{1m}$ .

Pre  $f_{21} = 0,10$  je  $f_{11m} = 0,9$ , pre  $f_{22} = 0,050$  je  $f_{12m} = 0,36$ .

- i. Pre  $f_1 \leq f_{1m}$  sa doska na stole nepohne a puk sa pohybuje po jej povrchu so zrýchlením  $a_1 = -f_1 g$ . Pre dráhu rovnomerne spomaleného pohybu do zastavenia na dráhe  $d$

$$v_0 = \sqrt{-2d a_1} = \sqrt{2f_1 g d}.$$

Podmienka je splnená pre prvý prípad ( $f_{21}$ ). Pre  $d = L$  máme  $v_0 = 0,48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . 2 b

- ii. Pre  $f_1 > f_{1m}$  sa puk šmýka po povrchu dosky a doska sa šmýka po stole so zrýchlením

$$a_2 = \frac{f_1 m - f_2 (M + m)}{M} g.$$

Zrýchlenie puku vzhľadom na povrch dosky

$$a'_1 = a_1 - a_2 = -f_1 g - \frac{f_1 m - f_2 (M + m)}{M} g = -(f_1 - f_2) \left(1 + \frac{m}{M}\right) g.$$

Aby puk prekonal dráhu  $d$  po povrchu dosky so zrýchlením  $a'_1$ , musí mať začiatočnú rýchlosť

$$v'_0 = \sqrt{-2d a'_1} = \sqrt{2d (f_1 - f_2) \left(1 + \frac{m}{M}\right) g} = \sqrt{2d g (f_1 - f_2) \left(1 + \frac{m}{M}\right)}.$$

Ide o druhý prípad ( $f_{22}$ ). Pre  $d = L$  máme  $v'_0 = 2,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . 3 b

- b) V prvom prípade i. sa doska nepohne, a teda jej posunutie  $x = s = 0$ .

Riešime preto iba druhý prípad ii. ( $f_{22}$ )

Puk sa zastaví na konci dosky rovnomerne spomaleným pohybom za čas

$$t_1 = \sqrt{-\frac{2d}{a'_1}} = \sqrt{\frac{2d}{g} \frac{1}{(f_1 - f_2) \left(1 + \frac{m}{M}\right)}}.$$

Za tento čas sa doska posunie so zrýchlením  $a_2$

$$x = \frac{1}{2} a_2 t_1^2 = \left[ 1 - \frac{f_1}{(f_1 - f_2) \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \right] d.$$

Pre hodnoty  $d = L$  a  $f_{22}$  máme  $x = 12,2 \text{ mm}$ .

2 b

Za čas  $t_1$  získa doska rýchlosť  $v_1 = a_2 t_1$ , a zastaví so zrýchlením  $a_3 = -f_2 g$  na dráhe

$$s_1 = \frac{v_1^2}{-2a_3} = \frac{\left[ f_1 \frac{m}{M} - f_2 \left( 1 + \frac{m}{M} \right) \right]^2}{f_2 (f_1 - f_2) \left( 1 + \frac{m}{M} \right)} = 3,4 \text{ mm.}$$

Celková dráha dosky

$$s = x + s_1 = \left\{ 1 - f_1 + \frac{1}{f_2} \left[ f_1 \frac{m}{M} - f_2 \left( 1 + \frac{m}{M} \right) \right]^2 \right\} \frac{1}{(f_1 - f_2) \left( 1 + \frac{m}{M} \right)} d$$

a po úprave

$$s = \frac{(f_1 - f_2) \left( \frac{m}{M} \right) - f_2}{f_2 \left( 1 + \frac{m}{M} \right)} \frac{m}{M} d$$

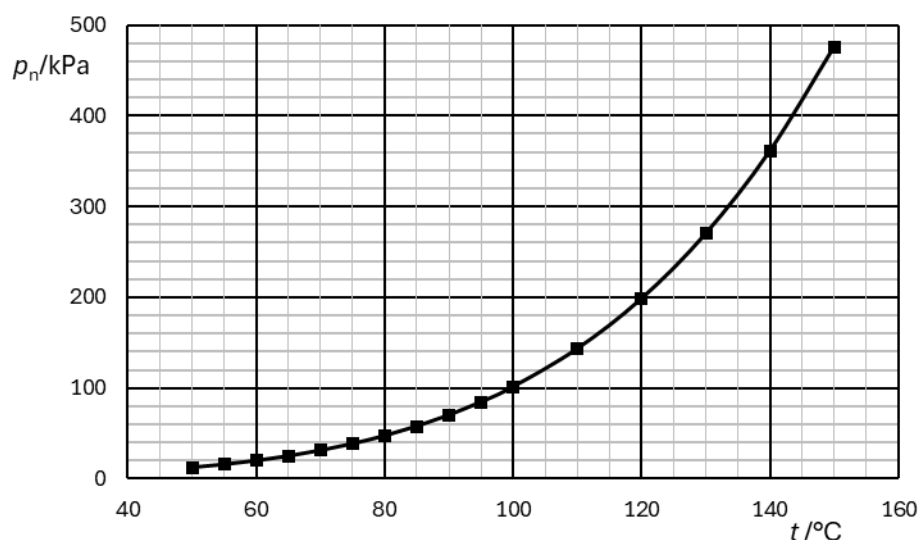
Pre dané hodnoty  $s = 15,6 \text{ mm.}$

3 b

## 2. úloha - Vodná para

Riešenie:

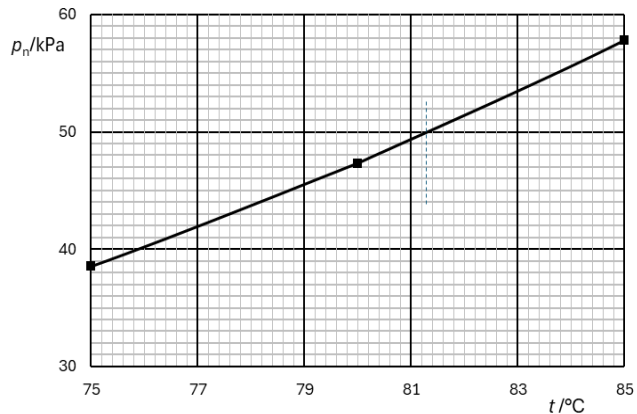
- Prežijú vodné živočíchy. 1 b
- Voda je stabilizátor teploty, príklad rozdiel teplôt v noci a cez deň na púšti a na zelenom území. 1 b
- Kyslík je bytostne dôležitý pre vyššie formy života na Zemi a uvoľňuje pri rozklade vody počas fotosyntézy – do atmosféry. Vodík je jednou z najdôležitejších prvkov pri stabilizácii biomolekúl a tiež v energetických procesoch živých organizmov (výhrevnosť vodíka je jedna z najvyšších). Vodík sa uplatní, ak vyzdvihneme potreby človeka, aj ako ekologické palivo. 1 b
- Účinné chladenie odparovaním. Rastliny odparujú vodu a tým chladia svoje prostredie (napr. lesy), chladenie odparovaním potu je dôležité pre ľudské telo a telá mnohých iných živočíchov. 1 b
- Graf podľa tabuľky (pokrytie, stupnice, označenie veličín, označenie bodov, hladká čiara) 1 b



- f) Voda začne vriieť, ak tlak nasýtenej pary v bublinách vriacej vody dosiahne tlak vzduchu na hladine. Graf nasýtenej pary prekreslíme v mierke prispôbenej tlaku  $p_1$  tak, aby obsahoval aspoň 3 body z tabuľky okolo tlaku  $p_1$ .

Pri tlaku  $p_1 = 50$  kPa je zodpovedajúca teplota nasýtenej pary, a teda teplota varu vody, približne  $t_n = 81,3$  °C. 1 b

Pozn.: Teplota vhodná pre prípravu zeleného čaju, ale na uvarenie vajička nestačí.



- g) Ak dolný koniec otvoríme, je na dolnom konci rúrky atmosférický tlak  $p_a = 101$  kPa, ktorý je rovný tlaku vodného stĺpca s výškou  $h_1$  v rúrke, pričom platí

$$h_1 = \frac{p_a}{\rho g} = 10,3 \text{ m.}$$

Keďže  $h_1 < L$ , časť vody z rúrky vytečie a nad hladinou stĺpca vznikne vákuum.

Objem vody, ktorá z rúrky hneď po otvorení vytečie

$$V_1 = (L - h_1) S = 425 \text{ ml.} \quad 2 \text{ b}$$

Voda nad hladinou v rúrke sa začne pomaly vyparovať, nad hladinou vznikne nasýtená para, ktorá má pri teplote  $t_1 = 60$  °C tlak  $p_{n1} = 19,92$  kPa. Pre rovnováhu tlaku na dolom konci rúrky máme

$$p_a = h_2 \rho g + p_{n2}, \text{ odkiaľ dostávame } h_2 = \frac{p_a - p_{n2}}{\rho g} < h_1.$$

Z rúrky tak postupne vytečie voda s objemom

$$V_2 = (h_1 - h_2) S = \frac{p_{n2}}{\rho g} S = 507 \text{ ml.} \quad 2 \text{ b}$$

### 3. úloha - Plynovod

Riešenie:

- a) Určíme objem stlačeného plynu prepravovaného za rok

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 275 \text{ mil. m}^3.$$

Pomocou stavovej rovnice určíme hustotu stlačeného plynu

$$p = \frac{m}{V} \frac{RT}{M_m}, \text{ odkiaľ máme } \rho_2 = \frac{p_2 M_m}{RT_1}.$$

Pre metán  $\text{CH}_4$   $M_m = 16$  g·mol<sup>-1</sup> je pri tlaku  $p_2$  a teplote  $t_1$  hustota  $\rho = 131$  kg·m<sup>-3</sup>.

Sekundový hmotnostný prietok

$$q_m = \frac{\rho_2 V_2}{t_{\text{rok}}} = \frac{p_2 M_m V_2}{RT_1 t_{\text{rok}}} = \frac{(20 \times 10^6 \text{ Pa})(0,016 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3})(275 \times 10^6 \text{ m}^3 \cdot \text{rok}^{-1})}{(8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1})(293 \text{ K})(365,25 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot \text{rok}^{-1})} = 1,14 \text{ t/s}$$

Pre objemový prietok platí

$$Q_V = Sv, \text{ odkiaľ } v = \frac{Q_V}{S} = \frac{4V_2}{2\pi d^2 t_{\text{rok}}} = \frac{2}{\pi} \frac{(275 \times 10^6 \text{ m}^3 \cdot \text{rok}^{-1})}{(1,15 \text{ m})^2 (365,25 \times 24 \times 3600 \text{ s} \cdot \text{rok}^{-1})} = 4,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4 b

- b) Pri tryskaní plynu do okolitej vody klesá tlak na  $p_3 = p_1 + h \rho_v g$ .

$$p_2 V_2^\kappa = p_3 V_3^\kappa \text{ a } pV = nRT.$$

Odtiaľ dostávame

$$T_2 = T_1 \left( \frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = T_1 \left( \frac{p_1 + h \rho_v g}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}.$$

Pre viacatómový metán je počet stupňov voľnosti molekuly  $s = 6$ , odkiaľ  $\kappa = \frac{s+2}{s} = 1,33$  dostávame  $T_2 = 122 \text{ K} = -151 \text{ }^\circ\text{C}$ .

- c) Keď plyn opustí potrubie, dochádza k jeho adiabatickému rozpínaniu. Zo stlačeného plynu s objemom  $V_2$ , ktorý opustí potrubie za sekundu vznikne pod tlakom  $p_3$  plyn s objemom

$$p_2 V_2^\kappa = p_3 V_3^\kappa, \text{ odkiaľ } V_3 = V_2 \left( \frac{p_2}{p_3} \right)^{1/\kappa} = \frac{V_2}{t_r} \left( \frac{p_2}{p_1 + h \rho_v g} \right)^{1/\kappa} = 123 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}. \quad 3 \text{ b}$$

#### 4. úloha - Šachta

Riešenie:

- a) Na spodnom konci šachty je tlak  $p_0$ . Vo výške  $h$  je tlak menší o  $h \rho g$ . Hustota vzduchu závisí od teploty, s rastúcou teplotou hustota klesá. Ak teplota vo vnútri šachty  $t_1 = t_0$ , sú podmienky pod a nad poklopom rovnaké a k prúdeniu vzduchu nedôjde.

Ak je  $t_1 > t_0$ , tzn.  $\rho_1 < \rho_0$  tlak na vrchole šachty je väčší ako nad poklopom, tzn. po otvorení bude vzduch prenikať von z šachty.

Podľa barometrickej formuly klesá tlak pre vyššiu teplotu pomalšie, než pre nižšiu teplotu.

Ak  $t_1 < t_0$ , tlak na vrchole šachty bude menší ako tlak nad poklopom, tzn. po otvorení vzduch bude prenikať do šachty.

Podobne, keď otvoríme okno na slnečnej a tieňovej strane bytu, vznikne prievan od teplejšieho okna ku chladnejšiemu.

3 b

- b) Ak je na dolnom konci šachty tlak rovnaký ako tlak  $p_0$  v okolí, je v šachte vo výške  $h$  s teplotou vzduchu  $t_1$  tlak

$$p_1 = p_0 \exp\left(-\frac{M_m g h}{RT_1}\right), \text{ pre malý výšku } p_1 \approx p_0 \left(1 - \frac{M_m g h}{RT_1}\right)$$

a v okolí s teplotou  $t_0$

$$p_2 = p_0 \exp\left(-\frac{M_m g h}{RT_0}\right), \text{ pre malý výšku } p_2 \approx p_0 \left(1 - \frac{M_m g h}{RT_0}\right).$$

Použitý je približný vzťah  $e^x \approx 1 + x$  pre  $x \ll 1$ .

Výslednica tlakových síl v smere nahor

$$F_p = (p_1 - p_2)S,$$

a po dosadení

$$F_p = S p_0 \left[ \exp\left(-\frac{M_m g h}{R T_1}\right) - \exp\left(-\frac{M_m g h}{R T_0}\right) \right], \quad (1)$$

resp. ak použijeme približné vzťahy

$$F_p = S p_0 \frac{M_m g h}{R} \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (2)$$

(ktorýkoľvek postup)

5 b

c) Pre dané hodnoty

pre  $t_{01} = 0^\circ\text{C}$  podľa (1) máme  $F_{p1} = 163\text{ N}$  a  $F_{p2} = -117\text{ N}$ .

pre  $t_{02} = 25^\circ\text{C}$  podľa (2) máme  $F_{p1} = 167\text{ N}$  a  $F_{p2} = -120\text{ N}$

(stačí jeden postup)

2 b

## 5. úloha - Zrážka

Riešenie:

a) Gul'ôčka 1 získa pred zrážkou rýchlosť

$$v_0 = \sqrt{2 g h_0} = \sqrt{2 g \ell (1 - \cos \alpha_0)}. \quad (1)$$

Pri dokonale pružnej zrážke sa zachováva hybnosť a mechanická energia sústavy. Vodorovné zložky rýchlostí sú označené v smere pohybu dopadajúcej gul'ôčky

$$m_1 v_0 = m_1 v_{10} + m_2 v_{20}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_0^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2.$$

Z tejto sústavy rovníc určíme rýchlosti gul'ôčok po zrážke

$$v_{20} = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_0 \quad (2)$$

$$v_{10} = v_{20} - v_0 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_0, \quad (3)$$

odkiaľ máme

$$\cos \alpha_{20} = 1 - \frac{v_{20}^2}{2 g \ell} = 1 - \frac{4 m_1^2}{(m_1 + m_2)^2} (1 - \cos \alpha_0), \quad (4)$$

$$\cos \alpha_{10} = 1 - \frac{v_{10}^2}{2 g \ell} = 1 - \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 (1 - \cos \alpha_0). \quad (5)$$

Pre dané hodnoty  $\alpha_{10} = 11,6^\circ$ .

2 b

b) Pri zrážke sa zachováva hybnosť sústavy

$$m_1 v_0 = m_1 v_{11} + m_2 v_{21},$$

odkiaľ máme

$$v_{21} = \frac{m_1}{m_2} (v_0 - v_{11}).$$

Rýchlosti vyjadríme pomocou uhlov vychýlenia

$$v_{21} = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_{21})}, \quad v_0 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_0)} \quad \text{a}$$

$$v_{11} = -\sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_{11})} \quad (\text{výchylka smerom nazad, tzn. znamienko } -)$$

Po dosadení

$$\cos\alpha_{21} = 1 - \frac{v_{21}^2}{2g\ell} = 1 - \left(\frac{m_1}{m_2}\right)^2 \left(\sqrt{1 - \cos\alpha_0} + \sqrt{1 - \cos\alpha_{11}}\right)^2.$$

Pre dané hodnoty  $\alpha_{21} = 3,22^\circ$ .

2 b

c) Pre energiu pri nepružnej zrážke platí

$$\frac{1}{2}m_1 v_0^2 = \frac{1}{2}m_1 v_{11}^2 + \frac{1}{2}m_2 v_{21}^2 + \Delta E.$$

Odtiaľ máme

$$\Delta E = \frac{1}{2}m_1 v_0^2 - \frac{1}{2}m_1 v_{11}^2 - \frac{1}{2}m_2 v_{21}^2 = \frac{1}{2}m_1 (v_0 - v_{11}) \left[ \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right)v_0 + \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)v_{11} \right]. \quad (6)$$

Relatívny úbytok mechanickej energie

$$1 - \frac{1 - \cos\alpha_{11} + \frac{m_2}{m_1}(1 - \cos\alpha_{21})}{1 - \cos\alpha_0} = \frac{\Delta E}{E}$$

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(1 - \frac{v_{11}}{v_0}\right) \left[ \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right) + \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \frac{v_{11}}{v_0} \right],$$

a po vyjadrení rýchlostí

$$\frac{\Delta E}{E} = \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha_{11}}{1 - \cos\alpha_0}}\right) \left[ \left(1 - \frac{m_1}{m_2}\right) + \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha_{11}}{1 - \cos\alpha_0}} \right],$$

pre dané hodnoty  $\Delta E/E = 0,54 = 54\%$ .

2 b

Úbytok energie (6) je kvadratickou funkciou rýchlosti  $v_{11}$ , pričom u kvadratického členu je záporné znamienko, tzn. grafom je parabola otvorená smerom nadol. V strede medzi koreňmi funkcie je preto maximum funkcie. Korene sú

$$v_{11}^{(1)} = v_0 \quad \text{a} \quad v_{11}^{(2)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} v_0 \quad (\text{nulové hodnoty zátvoriek})$$

Stred medzi týmito hodnotami

$$v_{11}^{(s)} = \frac{1}{2} \left( v_0 + \frac{m_1 - m_2}{m_2 + m_1} v_0 \right) = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}, \quad \text{resp.} \quad m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_{11}^{(s)}.$$

Zo zákona zachovania hybnosti vyplýva, že po zrážke sa obidve telesá spoja a pohybujú sa spoločne s rovnakou rýchlosťou  $v_{11}^{(s)}$ . Ide o dokonale nepružnú zrážku, kedy sa telesá spoja.

Pre túto zrážku máme

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{\max} = \frac{\frac{1}{2}m_1 v_0^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2) \left(\frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}\right)^2}{\frac{1}{2}m_1 v_0^2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} = 88,6\%. \quad 2 b$$

Extrém možno nájsť aj pomocou nulovej hodnoty derivácie funkcie  $\Delta E$  podľa  $v_{11}$ .

c) Pohyb guľôčok po zrážke predstavuje matematické kyvadlo. Guľôčky sa vrátia do najnižšej polohy za polovicu periódy kmitu nezávisle od uhlu vychýlenia, tzn. čas medzi prvou a druhou zrážkou je

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

2 b

## 6. úloha - Meranie teploty Pt-sondou

Riešenie:

- a) V stave vyváženia je  $U_v = 0$ , a teda výstupný prúd  $I_v = 0$ . Rezistory  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$ ,  $R_{x0}$  predstavujú dva nezaťažené odporové deliče. Určíme napätie medzi uzlami 3 a 4

$$U_{34} = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_0 \frac{R_3}{R_3 + R_{x0}} = U_0 \frac{R_2(R_3 + R_{x0}) - R_3(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_{x0})} = 0,$$

odkiaľ dostávame podmienku

$$R_2 R_{x0} - R_1 R_3 = 0.$$

2 b

- b) Pri zmene teploty sa zmení odpor  $R_x$  a mostík už nie je vyvážení. Na zistenie napätia  $U_v$  riešime obvod s tromi nezávislými slučkami alebo s tromi uzlami, z toho dvomi nezávislými. Na riešenie možno použiť rôzne metódy.

Jednou z metód je metóda uzlových napätí. Uzol 4 označíme ako nulový a napätia zvyšných uzlov  $U_1$ ,  $U_2$  a  $U_3$ . Podľa 1. Kirchhoffovho zákona je súčet prúdov vchádzajúcich do uzlu nulový. Pre uzly 1, 2 a 3 tak dostávame rovnice

$$\frac{U_1 - U_3}{R_1} + \frac{U_1}{R_x} - I_0 = 0$$

$$\frac{U_2 - U_3}{R_2} + \frac{U_2}{R_3} + I_0 = 0$$

$$\frac{U_3 - U_1}{R_1} + \frac{U_3 - U_2}{R_2} + \frac{U_3}{R_v} = 0,$$

kde  $U_3 = U_v$  a  $U_1 = U_2 + U_0$ .

Z uvedených rovníc vyjadríme napätie  $R_v$  a vzťah upravíme napr. na tvar

$$U_3 = U_0 \frac{R_x R_2 - R_1 R_3}{R_x \left[ (R_2 + R_1) + \frac{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_1 R_2}{R_v} \right] + R_3 (R_2 + R_1) + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_v}}$$

Najjednoduchšou metódou je použitie Theveninovej vety.

Pre parametre náhradného dvojpólu máme

$$R_n = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_x}{R_3 + R_x}, \quad U_n = U_0 \frac{R_2 (R_3 + R_x) - R_3 (R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_x)}$$

Výstupné napätie

$$U_v = U_n \frac{R_v}{R_v + R_n}$$

Po dosadení dostávame rovnaký výsledok

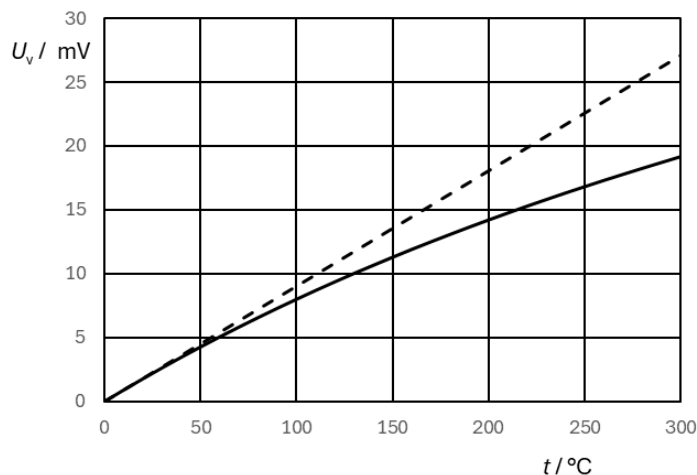
$$U_v = U_0 \frac{R_2 R_x - R_1 R_3}{R_x \left[ (R_1 + R_2) + \frac{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)}{R_v} \right] + R_3 (R_1 + R_2) + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_v}}$$

3 b

- c) Vzťah pre výstupné napätie upravíme vyjadrením teplotnej závislosti  $R_x$

$$U_v = U_0 \frac{\alpha R_{x0} (t - t_0)}{R_{x0} [1 + \alpha (t - t_0)] \left[ (R_1 + R_2) + \frac{R_1 R_2 + R_3 (R_1 + R_2)}{R_v} \right] + R_3 (R_1 + R_2) + \frac{R_1 R_2 R_3}{R_v}}$$

Graf  $U_v$  ako funkcie  $t$  pre teploty  $0 \div 300 \text{ }^\circ\text{C}$ :



Z grafu vidíme, že výstupné napätie je až desiatky mV, ale závislosť je v danom rozsahu dosť nelineárna. S presnosťou do 1 % možno závislosť považovať za lineárnu v rozsahu  $0 \div 15 \text{ }^\circ\text{C}$ .

3 b

- d) Ak predpokladáme, že  $R_v \rightarrow \infty$ , vzťah pre  $U_v$  upravíme na tvar

$$U_v = U_0 \frac{\alpha R_{x0} (t - t_0)}{R_{x0} [1 + \alpha (t - t_0)] (R_1 + R_2) + R_3 (R_1 + R_2)}$$

Ak má byť vzťah lineárny, musí byť menovateľ konštantný,

tzn.  $R_{x0} [1 + \alpha (t - t_0)] (R_1 + R_2) \ll R_3 (R_1 + R_2)$ , resp.  $R_3 \gg R_{x0} [1 + \alpha (t - t_0)]$ .

Ak má byť linearita zachovaná až do teploty  $t_m$  s presnosťou  $p$ , musí platiť

$$\frac{R_{x0} [1 + \alpha (t - t_0)]}{R_3} \leq p, \text{ a teda } R_3 \geq \frac{R_{x0} [1 + \alpha (t_m - t_0)]}{p} = 21,7 \text{ k}\Omega.$$

Potom 
$$U_v = U_0 \frac{\alpha R_{x0}}{R_3 (R_1 + R_2)} (t - t_0) = k (t - t_0), \quad k = U_0 \frac{\alpha R_{x0}}{R_3 (R_1 + R_2)}.$$

Pre  $R_1 = R_3 = 22 \text{ k}\Omega$  je  $k = 20 \text{ nV}/^\circ\text{C}$ .

Znamená to, že v takom prípade bude výstupné napätie mostíka v jednotkách  $\mu\text{V}$  pri teplotách nad  $50 \text{ }^\circ\text{C}$  a vzniká potreba zosilňovača s vysokým ziskom.

2 b

## 7. úloha - Steinerova veta – experimentálna úloha

Podľa úrovne spracovania max. 10 b

---

### Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy domácej prípravy kat. B

Návrh a spracovanie úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp

Recenzia úloh: Aba Teleki, Lubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025