

67. ročník Fyzikálnej olympiády
 v školskom roku 2025/2026
 celoštátne kolo kategória A
text teoretických úloh

1. úloha - Tyč na valci

V experimentálnej úlohe ste skúmali kmity tyče položenej na povrchu valca, na základe ktorých ste určili základné závislosti periódy od rôznych veličín na základe merania. V tejto úlohe máte odvodiť vzťah pre periódu kmitov tyče a overiť súhlas teórie s experimentom.

Na nepohyblivom valci s polomerom r a s vodorovnou osou sa nachádza v rovnovážnej polohe vodorovná homogénna tyč s rozmermi a (zvislá výška), b (vodorovná šírka) a ℓ (dĺžka). Najväčší rozmer tyče, dĺžka, je kolmo na smer osi valca. Tyč vychýlime v zvislom smere o malý uhol $\varphi \ll 1$ rad a uvoľníme.

- Nakreslite obrázok sústavy s tyčou vychýlenou z rovnovážnej polohy a vyznačte v ňom skutočnosti potrebné pre riešenie úlohy.
- Určte podmienku pre rozmery tyče a valca, ktorá musí byť splnená, aby po uvoľnení začala tyč kmitať okolo rovnovážnej polohy.
- Ovďte vzťah pre periódu T malých kmitov tyče, ak je splnená podmienka pre vznik kmitov.
- Overte, či výsledky získané meraním zodpovedajú odvodenému teoretickému vzťahu. Doplňte tabuľku.

ℓ / cm	a / mm	b / mm	r / mm	T_{exp} / s	T_{teor} / s	δT / %
40	10	10	29	1,46		
40	50	10	34	2,38		
39	24	44	29	1,73		
21,2	44	24	27,4	0,77		
21,2	24	44	27,4	0,68		

Pomôcky:

Približné vzťahy $\sin \varphi \approx \varphi \approx \tan \varphi$ a $\cos \varphi \approx 1 - \frac{1}{2}\varphi^2$ pre $\varphi \ll 1$ rad.

Moment zotrvačnosti homogénnej obdĺžnikovej dosky vzhľadom na os kolmú na dosku a prechádzajúcu jej ťažiskom $I_0 = \frac{1}{12}m(\ell^2 + a^2)$.

Tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$. Predpokladajte, že tyč sa na valci neprekídava.

2. úloha - Vesmírna loď

Prieskumná vesmírna loď sa dostala do blízkosti neznámej planéty a prešla na kružnicovú obežnú dráhu okolo planéty. Prvý obeh okolo planéty trval dobu $T_1 = 5\,832$ s, ale druhý iba dobu $T_2 = 5\,776$ s. Posádka lode dospela k záveru, že loď sa dostala do atmosféry planéty a zmena doby obehu je spôsobená odporom prostredia. Doba obehu postupne klesala, až desiaty obeh trval dobu $T_{10} = 5\,358$ s a osemnásty dobu $T_{18} = 4\,989$ s. Medzi posádkou vznikla diskusia o tom, ako závisí odporová sila od rýchlosti pohybu lode, či je skôr priamoúmerná rýchlosti pohybu lode alebo skôr priamoúmerná druhej mocnine rýchlosti lode.

- Vysvetlite, prečo v dôsledku odporu prostredia sa doba obehu skracuje.
- Na základe potrebných výpočtov a s použitím zmeraných dôb obehu otestujte obidve navrhované závislosti odporovej sily od rýchlosti pohybu lode a posúďte, ktorá z navrhovaných závislostí je bližšia skutočnosti.
- Určte, v akom pomere sa zmenila rýchlosť lode za desať obbehov okolo planéty a v akom pomere sa zmenil polomer trajektórie lode.

Pre zjednodušenie predpokladajte, že zmena rýchlosti počas každého obehu planéty sa mení iba nepatrne a loď sa pohybuje pri jednotlivých obehoch približne s konštantnou rýchlosťou a po kružnicovej trajektórii.

3. úloha - Gravitačný posun

Einsteinova všeobecná teória relativity predpokladá, že existuje posunutie vlnovej dĺžky pôsobením gravitácie, resp. zakriveného časopriestoru. Jav sa dá približne opísať pomocou Newtonovej teórie gravitácie a Einsteinovho princípu ekvivalencie hmotnosti a energie.

Pokusy overiť predstavu gravitačného posunu vlnovej dĺžky sa pokúšali overiť už v polovici minulého storočia, najprv s využitím gravitačného poľa Zeme a potom Slnka. Prvé overenie v pozemských podmienkach sa podarilo až v roku 1960 (Robert Pound a Glen Repka na Harvardovej univerzite).

- Určte relatívny gravitačný červený posun vlnovej dĺžky $\Delta\lambda/\lambda$ svetla vyžarovaného z povrchu Slnka atómami vodíka a porovnajte ho s šírkou spektrálnej čiary zodpovedajúcej Dopplerovmu rozšíreniu spôsobenému chaotickým pohybom atómov na povrchu Slnka. Uvážte, či možno v spektre Slnka pozorovať gravitačný červený posun vlnovej dĺžky.

Pozorovanie gravitačného posunu vlnovej dĺžky vo vesmíre vyžaduje telesá s vysokou hustotou. Túto predstavu spĺňajú „biele trpaslíky“ (kolabované hviezdy). Prvým pozorovaným bielym trpaslíkom je hviezda Sirius B (sprievodca najbližšej jasnej hviezdy Sirius A), predpokladaný už v roku 1844 Besselom podľa pohybu Siria A a potvrdený v roku 1862 Alvanom Clarkom pomocou nového teleskopu.

- Určte relatívny gravitačný posun vlnovej dĺžky svetla vyžarovaného atómami vodíka z povrchu Siria B, ak vieme, že jeho hmotnosť je $M_B = 0,978 M_S$, kde M_S je hmotnosť Slnka, polomer $R_B = 0,94 R_Z$, kde R_Z je polomer Zeme. Teplota povrchu hviezdy je $T_B = 25\,000$ K. Porovnajte túto hodnotu gravitačného posunu s relatívnou šírkou spektrálnej čiary vyžarovaného svetla.

4. úloha - Analýza spektrálnej čiary sodíka

Oblíbeným osvětlovacím telesom je sodíková výbojka, používaná v pouličnom osvetlení. Žiarenie sa vyznačuje dominantnou žltou farbou. Ukazuje sa, že žltá spektrálna čiara žiarenia je dvoj-čiara, zodpovedajúca vlnovým dĺžkam $\lambda_1 = 589,0$ nm a $\lambda_2 = 589,6$ nm. Na experimentálnu analýzu tohto tzv. „sodíkového dubletu“ použijeme lineárnu optickú mriežku (séria rovnobežných štrbín). Najprv uvažujte jednotlivú štrbinu.

- a) Aká musí byť šírka a štrbiny, aby uhlová šírka nultého difrakčného zväzku vyžarovacej charakteristiky štrbiny pre vlnovú dĺžku λ_1 bola $\Delta\varphi = 120^\circ$ na úrovni poklesu intenzity žiarenia na nulovú hodnotu. Porovnajzte veľkosti maxima intenzity svetla I_1/I_0 prvého a nultého difrakčného zväzku.

Teraz uvažujme optickú mriežku tvorenú rovnobežnými štrbinami.

- b) Aká musí byť periodičita d mriežky, aby smer maxima prvého difrakčného zväzku žiarenia s vlnovou dĺžkou λ_1 bol odchýlený od smeru dopadu žiarenia na mriežku o uhol $\varphi_1 = 30^\circ$.
- c) Určte šírku D svetelného zväzku dopadajúceho na mriežku, aby bolo možné po jeho prechode optickou mriežkou v prvom difrakčnom zväzku rozlíšiť čiary sodíkového dubletu.

Predpokladáme, že svetelný zväzok dopadá na mriežku kolmo a svetlo má charakter rovinatej monochromatickej vlny. Mriežku považujte za dostatočne širokú pre potrebnú šírku dopadajúceho svetelného zväzku.

Pozn.: Pri riešení využite Huygensov princíp.

Pozn.: S výhodou možno použiť pre svetlo komplexné vyjadrenie vlny elektrickej, resp. magnetickej, intenzity harmonickou vlnovou funkciou $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$, kde i je imaginárna jednotka, \mathbf{k} vlnový vektor s veľkosťou $k = 2\pi/\lambda$, \mathbf{r} polohový vektor, ω uhlová frekvencia vlny a t čas.

Fyzikálne konštanty:

Tiažové zrýchlenie	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Gravitačná konštant	$G = 6,674 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1}$
Rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 2,998 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Boltzmannova konštant	$k_B = 1,38065 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Plynová konštant	$R = 8,31446 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
Avogadrova konštant	$N_A = 6,02214 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Stefanova–Boltzmannova konštant	$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
Index lomu vzduchu	$n_0 = 1,00026$ (norm. podm.)
Coulombova konštant	$k = 8,99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
Elektrická konštant	$\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Magnetická konštant	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Elementárny náboj	$e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Hmotnosť elektrónu	$m_e = 9,10938 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Hmotnosť protónu	$m_p = 1,67262 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť neutrónu	$m_n = 1,67493 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť α -častice	$m_\alpha = 6,64466 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Planckova konštant	$h = 6,6261 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Redukovaná Planckova konštant	$\hbar = 1,05457 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Bohrov magnetón	$\mu_B = 9,27401 \times 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$
Polomer Zeme	$R_Z = 6,38 \times 10^6 \text{ m}$
Hmotnosť Zeme	$M_Z = 5,97 \times 10^{24} \text{ kg}$
Polomer Slnka	$R_S = 6,96 \times 10^5 \text{ km}$
Hmotnosť Slnka	$M_S = 1,989 \times 10^{30} \text{ kg}$
Teplota povrchu Slnka	$T_S = 5\,780 \text{ K}$

$$\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + C$$

$$\sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$$

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}$$

Súčet geometrického radu $\sum_{n=0}^N q^n = \frac{1-q^{N+1}}{1-q}$ pre $q \neq 1$.

Výpis zo sylabu IPhO:

Huygens' principle... Diffraction from one and two slits, diffraction grating... diffraction grating and its resolving power

Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A

Návrh a spracovanie úloh: Ivo Čáp, Lubomír Konrád

Recenzia úloh: Aba Teleki, Lubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026