

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2025/2026

## Zadania úloh 2. časti celoštátneho kola kategórie A

---

4 Nech  $a$  a  $b$  sú rôzne nenulové prirodzené čísla také, že čísla  $a^2 + 1$  a  $ab + 1$  majú rovnaké množiny prvočiniteľov. Dokážte, že číslo  $a^2 + b^2 + 2$  je deliteľné druhou mocninou niektorého prvočísla.

5 Nech  $\{a_1, a_2, \dots, a_{2026}\} = \{1, 2, \dots, 2026\}$  a pre každé prirodzené číslo  $i$  platí  $a_{i+2026} = a_i$ . Určte najmenší možný aj najväčší možný počet indexov  $i$  z množiny  $\{1, 2, \dots, 2026\}$  takých, že každé z 2026 čísel

$$\begin{aligned} & a_i, \\ & a_i - a_{i+1}, \\ & a_i - a_{i+1} + a_{i+2}, \\ & a_i - a_{i+1} + a_{i+2} - a_{i+3}, \\ & \vdots \\ & a_i - a_{i+1} + \dots - a_{i+2023} + a_{i+2024}, \\ & a_i - a_{i+1} + \dots - a_{i+2023} + a_{i+2024} - a_{i+2025}. \end{aligned}$$

je nezáporné.

6 Nech  $ABCDEF$  je šesťuholník vpísaný do kružnice so stredom  $O$  taký, že každé jeho dve protilahlé strany sú rovnobežné. Priamky  $AB, CD, EF$  určujú trojuholník  $\Delta_1$  a priamky  $BC, DE, FA$  určujú trojuholník  $\Delta_2$ . Dokážte, že stredy kružníc opísaných trojuholníkom  $\Delta_1$  a  $\Delta_2$  sú súmerne združené podľa bodu  $O$ .

---

2. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **utorok 17. marca 2026** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

---

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
  - autori za SK MO: Jakub Krivošík, Dominik Martin Rigász
  - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
  - preklad: Peter Novotný
-