

67. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2025/2026
Riešenie úloh domácej prípravy
kategória E

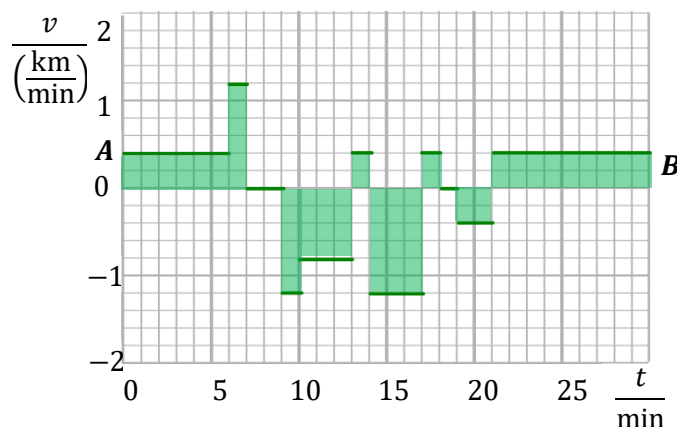
1. Autobusy

Riešenie:

- a) Podľa grafu linky 2, autobus má tri úseky, na ktorých má nenulovú rýchlosť:
 po dobu $t_{21} = 9$ min sa pohybuje rýchlosťou $v_{21} = 1,2$ km/min,
 po dobu $t_{22} = 1$ min stojí, $v_{22} = 0$ km/min (zastávka),
 po dobu $t_{23} = 9$ min sa pohybuje rýchlosťou $v_{23} = 0,4$ km/min,
 po dobu $t_{24} = 0$ s stojí, $v_{24} = 0$ km/min (zastávka), a
 po dobu $t_{25} = 9$ min sa pohybuje rýchlosťou $v_{25} = 0,8$ km/min. Z týchto údajov je vzdialenosť
 $s_{AB} = (9 \times 1,2 + 9 \times 0,4 + 9 \times 0,8) \text{ km} = 21,6 \text{ km}$
 Obdobne môžeme počítať aj z údajov linky 1 (vynecháme úseky, keď autobus stojí)
 $t_{11} = 6$ min, $v_{11} = 0,8$ km/min,
 $t_{13} = 6$ min, $v_{13} = 1,2$ km/min,
 $t_{15} = 3$ min, $v_{15} = 1,6$ km/min,
 $t_{17} = 12$ min, $v_{17} = 0,4$ km/min.
 Z týchto údajov dostaneme tiež $s_{AB} = 21,6 \text{ km}$.
 Výpočet podľa ktorejkoľvek linky
- b) Graf RE-1.

3 body

3 body



Obr. RE-1

- c) Čas stretnutia môžeme nájsť rôznymi spôsobmi, napríklad z grafu Obr. RE-1 ukazujúci rozdiel rýchlostí. Kladná hodnota celkovej plochy pod krivkou udáva vzdialenosť medzi autobusmi. Pokiaľ je kladná, autobus 2 je pred autobusom 1. Prvý čas stretnutia je tam, kde súčet plôch pod krivkou rýchlosti $v(t)$, počítajúc od času 0 (10:00) dosiahne nulovú hodnotu. Prvý taký okamih je v čase
 $t_s = 13$ min po štarte, teda v čase 10:13.
- d) Obidve linky sa pohybujú po dobu 30 min od štartu, a obidve za tento čas prešli vzdialenosť s_{AB} , preto ich priemerné rýchlosti sú rovnaké
 a $v_1 = v_2 = \frac{21,6 \text{ km}}{30 \text{ min}} = 0,72 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 43,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

2 body

2 body

2. Hodinky

Riešenie

- a) Je to o 0:00:00 a 12:00:00 2 body
b) Sekundová ručička za jednu minútu obehne dokola, teda prejde uhol 360° , kým minútová ručička obehne dokola za 60 minút a za minútu sa pootočí o 6° .

Od okamihu zákrytu do ďalšieho zákrytu – o čas t_b neskôr – sa minútová ručička pootočí o uhol α_m , kým sekundová ručička o uhol $\alpha_m + 360^\circ$

Pre sekundovú ručičku platí

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ min}} = \frac{360^\circ + \alpha_m}{t_b} = \frac{360^\circ}{t_b} + \frac{\alpha_m}{t_b},$$

a pre minútovú ručičku

$$\frac{360^\circ}{60 \text{ min}} = \frac{\alpha_m}{t_b}$$

Porovnaním zlomkov

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ min}} = \frac{360^\circ}{t_b} + \frac{360^\circ}{60 \text{ min}}$$

Po zjednodušení 360°

$$\frac{1}{1 \text{ min}} = \frac{1}{t_b} + \frac{1}{60 \text{ min}} \text{ a } t_b = \frac{60}{59} \text{ min} = 1 \text{ min } \frac{60}{59} \text{ s} \approx 1 \text{ min } 1,017 \text{ s}$$

3 body

- c) Nakoľko hodinová ručička sa otočí o 360° za 12 hodín, môžeme postupovať ako v časti b) a označiť pootočenie hodinovej ručičky za čas t_c za α_h .

Pre minútovú ručičku platí

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ h}} = \frac{360^\circ + \alpha_h}{t_c} = \frac{360^\circ}{t_c} + \frac{\alpha_h}{t_c}$$

Pre hodinovú ručičku platí

$$\frac{360^\circ}{12 \text{ h}} = \frac{\alpha_h}{t_c}$$

Porovnaním oboch výrazov dostaneme

$$\frac{360^\circ}{1 \text{ h}} = \frac{360^\circ}{t_c} + \frac{360^\circ}{12 \text{ h}}$$

Po zjednodušení 360°

$$\frac{1}{1 \text{ h}} = \frac{1}{t_c} + \frac{1}{12 \text{ h}} \text{ a } t_c = \frac{12}{11} \text{ h} = 1 \text{ h } \frac{60}{11} \text{ min} \approx 1 \text{ h } 5 \text{ min } 27 \text{ s}$$

3 body

- d) Čas t_d musí byť celočíselným násobkom času t_b (B) aj času t_c (C) a najmenší taký čas je, keď sú tieto celé čísla B a C nesúdeliteľné, teda

$$t_d = B t_b = C t_c$$

1 bod

$$\frac{B}{C} = \frac{t_c}{t_b} = \frac{\frac{1404}{23} \text{ min}}{\frac{60}{59} \text{ min}} = \frac{1404 \cdot 59}{60 \cdot 23} = \frac{117 \cdot 59}{5 \cdot 23} = \frac{6903}{115}, \text{ teda } B = 6903 \text{ a } C = 115$$

$$t_d = 6903 \cdot \frac{60}{59} \text{ min} = 115 \cdot \frac{1404}{23} \text{ min} = 12 \text{ h}$$

stane sa to len dvakrát za deň, a to o 0:00:00 a o 12:00:00.

1 bod

3. Reťaz

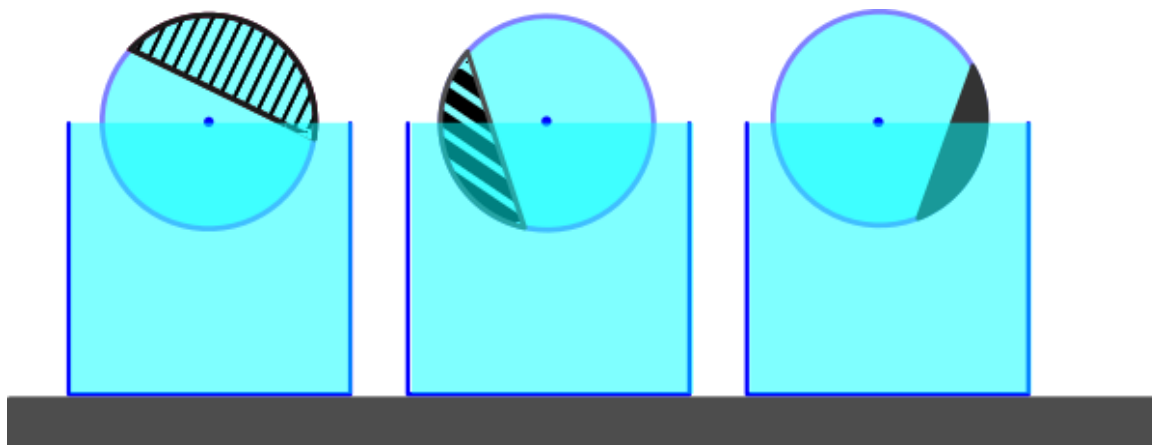
Riešenie

- a) Hmotnosť ponorenej časti reťaze: $m_1 = m \frac{L_1}{L} = 7,2 \text{ kg}$
Reťazou vode odovzdané teplo: $Q_1 = m_1 c_r (t_r - t_{r1}) = 7,2 \times 450 \times 130 = 421,2 \text{ kJ}$
Hmotnosť vody: $m_v = \rho V = 80 \text{ kg}$.
Vodou prijaté teplo: $Q_2 = m_v c_v (t_1 - t_0) = Q_1$
kde t_1 je výsledná teplota vody. Po dosadení máme rovnicu s jednou neznámou
 $t_1 = t_0 + \frac{Q_1}{m_v c_v} = (10,0 + 1,3) ^\circ\text{C} = 11,3 ^\circ\text{C}$. **3 body**
- b) Po ustálení teploty reťaze na t_{r1} môžeme urobiť bilanciu o odovzdanom teple Q_1
 $Q_1 = m c_r (t_r - t_{r1})$
Po dosadení $t_{r1} = t_r - \frac{Q_1}{m c_r} = (250,0 - 40,0) ^\circ\text{C} = 210,0 ^\circ\text{C}$. **3 body**
- c) Voda práve začne vriť, teda výsledná teplota vody aj reťaze bude $t_v = 100,0 ^\circ\text{C}$. Vodou prijaté teplo musí byť $Q_4 = m_v c_v (t_v - t_0) = (80 \times 4200 \times 90) = 30\,240 \text{ kJ}$.
Reťazou odovzdané teplo $Q_5 = m c_r (t_{r2} - t_v) = Q_4$
Začiatková teplota reťaze $t_{r2} = t_v + \frac{Q_4}{m c_r} = (10,0 + 2800,0) ^\circ\text{C} = 2810,0 ^\circ\text{C}$. **3 body**
Táto teplota je výrazne vyššia ako teplota topenia železa, ktorá je $t_p = 1580 ^\circ\text{C}$, reťaz by sa roztopila **1bod**

4. Gule

Riešenie

- a) Podľa Archimedovho zákona hmotnosť guľôčok sa bude rovnat hmotnosti vody, s polovičným objemom guľôčok, teda bude platiť
 $\frac{1}{2} V \rho_v = \frac{2}{3} V \rho_0 + \frac{1}{3} V \rho_1 = \frac{3}{4} V \rho_0 + \frac{1}{4} V \rho_2 = \frac{4}{5} V \rho_0 + \frac{1}{5} V \rho_3$
Z prvej rovnosti dostaneme (po zjednodušení objemom V)
 $\rho_0 = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \rho_v - \frac{1}{3} \rho_1 \right) = \frac{3}{4} \rho_v - \frac{1}{2} \rho_1 \leq \frac{3}{4} \rho_v = 0,750 \text{ g/cm}^3$.
- b) Ak má byť splnená podmienka pre ľubovoľnú hodnotu ρ_1 , nemôže byť hustota ρ_0 väčšia ako $\frac{3}{4} \rho_v$.
- c) Rovnako pre druhú guľôčku
 $\rho_0 = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{2} \rho_v - \frac{1}{4} \rho_2 \right) = \frac{4}{6} \rho_v - \frac{1}{3} \rho_2 \leq \frac{2}{3} \rho_v = 0,667 \text{ g/cm}^3$
z tretej
 $\rho_0 = \frac{5}{4} \left(\frac{1}{2} \rho_v - \frac{1}{5} \rho_3 \right) = \frac{5}{8} \rho_v - \frac{1}{4} \rho_4 \leq \frac{5}{8} \rho_v = 0,625 \text{ g/cm}^3$
kde sme všade využili toho, že hustoty ρ_1, ρ_2 a ρ_3 z fyzikálnych dôvodov nemôžu byť záporné. Ak má byť podmienka zadania splnená pre všetky guľôčky, nemôže byť hustota ρ_0 väčšia ako $\frac{5}{8} \rho_v$ – tretí prípad. **4 body**
- d) Z rovníc postupne dostávame
 $\rho_1 = \frac{3}{2} \rho_v - 2\rho_0 = 0,500 \text{ g/cm}^3$,
 $\rho_2 = 2\rho_v - 3\rho_0 = 0,500 \text{ g/cm}^3$,
 $\rho_3 = \frac{5}{2} \rho_v - 4\rho_0 = 0,500 \text{ g/cm}^3$.
Táto úloha sa dá riešiť aj úvahou z informácie, že gule sú ponorené do polovice, preto priemerná hustota materiálu guľ je rovná $0,500 \text{ g/cm}^3$, čo je rovné ρ_0 , preto aj ostatné materiály musia mať túto hustotu **4 body**
- e) Guľôčky musia byť nakreslené tak, že stred je na úrovni voľnej hladiny. Nakoľko všetky hustoty materiálov sú rovnaké, môžu byť orientované ľubovoľným spôsobom. **1bod**
Napríklad nasledovne:

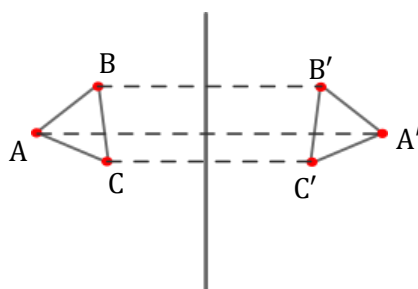


Obr. RE-3

1 bod

5. Zrkadlo

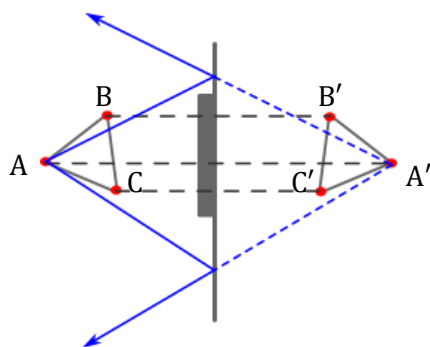
Riešenie:



Obr. RE – 4(a)

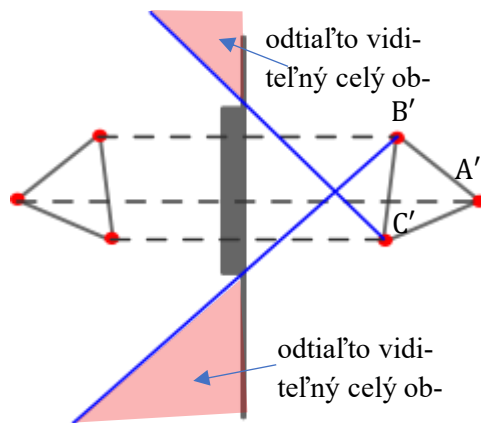
- a) Konštrukcia je štandardná, ako ukazuje obrázok. Vztýčíme kolmice AA' , BB' a CC' tak, aby zrkadliaca plocha tvorila os súmernosti medzi predmetmi ABC a ich príslušnými obrazmi $A'B'C'$. (Obr. RE-4 (a))

3 body



Obr. RE – 4(b)

- b) Konštrukcia v časti a) je dôsledkom zákona odrazu, t.j. že uhol odrazu sa rovná uhlu dopadu a trojica polpriamok (dopadajúci lúč, normála v mieste dopadu a odrazený lúč ležia v tej istej rovine), ktorý sa uplatní aj pri rovinnom zrkadle. Všetky lúče vychádzajúce z bodu A a dopadajúce na plochu zrkadla sa odrážajú podľa tohto zákona, a predĺženie odrazených lúčov prechádza obrazom A' , t.j. akoby vychádzal z obrazu A' . Na tom nezáleží, či kolmica spustená z bodu A na zrkadliacu plochu narazí cestou na prekážku brániacu dopadu priamo na zrkadliacu plochu, alebo nie. (Obr.RE-4(b)). Dôležité je, aby aspoň nejaké lúče z bodu A dopadali na zrkadlo
- 4 body**



Obr. RE – 4(c)

- c) Konštrukcia riešenia vyplýva z odpovedi na otázku, z ktorých miest je vidieť skonštruovaný obraz, t.j. kde prekážka ho nezakrýva. Riešenie ukazuje Obr. RE-4(c) a oblasť je farebne vyšrafovaná. Hraničné priamky sú určené prekážkou a jedným z krajných bodov obrazu trojuholníka $A'B'C'$. **3 body**

6. Jednoduchý přílivový generátor

Riešenie:

- a) Podľa Archimedovho zákona je tiaž plaváka rovná tiaži ním vytlačenej kvapaliny, teda hmotnosť plaváka je rovná hmotnosti vytlačenej kvapaliny, tu morskej vody
 $M_p = abdp = (2,0 \times 1,0 \times 0,20 \times 1025) \text{ kg} = 410 \text{ kg}.$ **2 body**
- b) Pokiaľ je plavák úplne ponorený, pôsobí na ňu vztlaková sila
 $F_{vz} = abcp\rho g = (2,0 \times 1,0 \times 0,80 \times 1025 \times 10) \text{ N} = 16,4 \text{ kN},$
 opačným smerom pôsobí tiaž F_p plaváku
 $F_p = M_p g = 4,1 \text{ kN},$
 Prácu preto koná sila $F = F_{vz} - F_p = 12,3 \text{ kN}$ po dráhe približne $h = 10 \text{ m}$. Rovnomerne stúpajúci plavák teda koná prácu
 $W = Fh = (12,3 \text{ kN})(10,0 \text{ m}) = 123 \text{ kJ}.$ **4 body**
- c) Účinnosť generátora je $\eta = 80\% = 0,8$ a na jedno zdvihnutie vyrobí, tj. pri jednom prílive vyrobí $W_{e1} = \eta W = 98,4 \text{ kJ}$ elektrickej energie. Za jeden deň to je
 $W_e = 2W_{e1} = 196,8 \text{ kJ}.$ **2 body**
- d) Priemerný výkon generátora je
 $P = \frac{W_e}{1 \text{ deň}} = \frac{196,8 \text{ kJ}}{86\,400 \text{ s}} \approx 2,3 \text{ W}.$ **2 body**

7. Praskajúca bublina – experimentálna úloha

Zmerajte rýchlosť praskania bubliny s priemerom cca 10 cm.

Zmerajte, koľko trvá prasknutie mydlovej bubliny s priemerom cca 10 cm, od okamihu začiatku procesu až po úplný zánik bubliny.

Pomôcky: hladký umelohmotný alebo porcelánový tanierik, slamka s väčším priemerom, mydlová voda (napr. z bublifuku), mobilný telefón s možnosťou nahrávania videa, aplikácia na prezeranie videí po jednotlivých záberoch (napr. Frameskip), tmavý materiál pre pozadie.

Pre inšpiráciu pozrite napr. <https://youtu.be/blNe2Ae5a2c>

Postup: Na tanierik nalejte používaný roztok pre bubliny (navlhčite celý povrch tanierika). Nafúknite na tanieriku mydlovú bublinu približne s priemerom 10 cm – pologuľu (môžete zvoliť iný priemer, napr. 20 cm, ale potom pracujte s týmto priemerom). Snímanie robte na silnom slnečnom svetle a v pozadí majte tmavú látku, aby proces praskania bubliny bol dobre vidieť.

- 1) Nastavte najväčšiu možnú rýchlosť nahrávania v aplikácii vášho mobilného telefónu (dnešné mobilné telefóny dovoľujú 120 záberov za sekundu, resp. aj 240 záberov – tieto režimy sa tiež nazývajú „slow“, resp. „superslow“.).
- 2) Zapnite videonahrávanie a dotknite sa suchým prstom bubliny, aby praskla, skončíte videonahrávanie. Prípadne požiadajte o pomoc s ovládaním nahrávania alebo praskaním bubliny.
- 3) Bod 1 zopakujte 10-krát. Pokiaľ Váš mobilný telefón nahráva len v bežnej rýchlosti (30 záberov za sekundu), je možné že budete potrebovať viac pokusov, než 10.
- 4) Otvorte video v aplikácii Frameskip (alebo v inej desktopovej aplikácii, ako VLC player a podobne) a nájdite posledný záber, kde bublina je neporušená a tiež posledný záber, kde ešte je vidieť časť praskajúcej bubliny.
- 5) Urobte náčrt (pomocou kružidla) a zakreslite fázu praskania aj s časom (čas je nulový, keď praskanie bubliny začína – budete musieť odhadnúť zo záberov). Spracujte údaje aj z ostatných záberov a odhadnite, koľko trvá úplné rozrušenie bubliny.
- 6) Odhadnite, akou rýchlosťou sa šíri rozrušenie povrchu bubliny na povrchu bubliny.
- 7) Napíšte, ako by ste odhadli rýchlosť šírenia rozrušenia povrchu bubliny, ak je proces príliš rýchly a video zachytí proces len jedným záberom, alebo vôbec?. Predpokladajte, že rýchlosť, ktorou sa narušenie šíri po povrchu bubliny je konštantná.

Poznámka k časti 7): Súťažiaci nech sa zamyslí nad nasledujúcou otázkou: Hľadá sa príbeh v knihe, ktorá má 100 strán. Samotný príbeh je popísaný na 5-tich stranách. Aká je pravdepodobnosť, že pri náhodnom otvorení knihy sa kniha otvorí práve niekde kde je opísaný príbeh?

Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy domácej prípravy kategórie E

Autori úloh: Aba Teleki (E 2, 5-7), Boris Lacsny (E 1, 3, 4)

Recenzia úloh: Ivo Čáp

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki ©2025

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025