

66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
krajské kolo kategória D
riešenie úloh

1. Voda v kanále

Riešenie:

- a) Chlapec prešiel vzdialenosť d relatívnou rýchlosťou (vzhľadom na vodu) $v_B - v_V$, takže platí

$$d = (v_B - v_V) t_1.$$

Cestou nazad prekonal túto vzdialenosť rýchlosťou (vzhľadom na vodu) $v_B + v_V$, a teda

$$d = (v_B + v_V) t_2.$$

Z oboch vzťahov dostávame

$$v_V = \frac{t_1 - t_2}{t_2 + t_1} v_B = 2,7 \text{ km/h}.$$

- b) Po dosadení do prvého vzťahu dostaneme

$$d = \frac{2t_2 t_1}{t_2 + t_1} v_B = 635 \text{ m}.$$

- c) Chlapec prešiel celkovú dráhu

$$s = v_B (t_1 + t_2) = 1,3 \text{ km}.$$

2. Plavák

Riešenie:

- a) Pri napnutej niti pôsobí na platničku sila hydrostatického tlaku smerom nadol

$$F_1 = S_o \left(l + \frac{l_p}{2} \right) \rho_v g .$$

Na plavák pôsobí okrem tiažovej sily aj sila vztlaková. Výsledná sila smerom nahor

$$F_2 = S_p \left(\frac{l_p}{2} \rho_v - l_p \rho_p \right) g .$$

Otvor zostane uzatvorený, ak $F_2 > F_1$, odkiaľ máme podmienku

$$l < \left[\frac{S_p}{S_o} \left(1 - 2 \frac{\rho_p}{\rho_v} \right) - 1 \right] \frac{l_p}{2} = l_1 .$$

Pre dané hodnoty $l_1 = 10,7$ cm

- b) Ak má plavák udržať otvor uzatvorený, musí byť dostatočne veľká vztlaková sila, tzn. plavák musí byť pri dĺžke l_2 ponorený vo vode. Označíme x výšku časti plaváka ponorenej pod hladinou vody v nádobe. Hladina vody v nádobe je potom vo výške $h = l_2 + x$.

Tlaková sila F_1 na otvor a ťahová sila F_2 vlákna sú

$$F_1 = S_o (l_2 + x) \rho_v g \quad \text{a} \quad F_2 = S_p x \rho_v g - S_p l_p \rho_p g .$$

Podmienka udržania platničky na otvore je $F_2 > F_1$, odkiaľ dostávame po dosadení a úprave s uvažovaním $l_2 = l_1/2$

$$\frac{x}{l_p} > \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{\rho_p}{\rho_v} \frac{S_p}{S_p - S_o} = \frac{x_m}{l_p} = 0,28 .$$

Znamená to, že pri narastaní úrovne ponorenia plaváku nad x_m otvor zostáva uzatvorený.

Minimálny objem vody, pri ktorom zostáva otvor uzatvorený

$$V_{\min} = S_d (l_2 + x_m) - S_p x_m = \left\{ S_d \left[\frac{S_p}{S_o} \left(1 - 2 \frac{\rho_p}{\rho_v} \right) - 1 \right] + S_p \frac{S_d - S_p}{S_p - S_o} \left[1 - \frac{S_o}{S_p} + 2 \frac{\rho_p}{\rho_v} \right] \right\} \frac{l_p}{4} .$$

Pre dané hodnoty veličín $V_{\min} = 865$ ml

Keď celý plavák sa ocitne pod hladinou vody v nádobe, vztlaková sila už nenarastá, ale zväčšuje sa hydrostatický tlak na platničku. Podmienka uzatvorenia otvoru je $F_2 \geq F_1$ pre hladinu vo výške h nad dnom a celý plavák pod hladinou. Po úprave dostávame podmienku pre výšku hladiny

$$h \leq \frac{S_p}{S_o} l_p \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_v} \right) = h_m .$$

Maximálny objem vody je potom

$$V_{\max} = S_d h_m - S_p l_p = \left[\frac{S_d}{S_o} \left(1 - \frac{\rho_p}{\rho_v} \right) - 1 \right] S_p l_p = 3,53 \text{ litera} .$$

V nádobe sa udrží voda s objemom $V_{\min} < V < V_{\max}$.

3. Vlak

Riešenie:

- a) V spoji lokomotívy a vagónov pôsobí sila rovná valivému odporu vagónov

$$F_v = \frac{\xi}{R} N m_v g = 12,6 \text{ kN}.$$

- b) Ťahová sila lokomotívy je obmedzená trením medzi jej kolesami a koľajnicou. Ak sa kolesá lokomotívy neprekĺzavajú, ide o trenie statické

$$F_m = f m_L g = 333 \text{ kN}.$$

Táto sila uvedie do pohybu celý vlak. Pri využití maximálnej sily trenia je maximálne zrýchlenie

$$(N m_v + m_L) a_m = f m_L g - \frac{\xi}{R} (N m_v + m_L) g,$$

odkiaľ máme

$$a_m = \left(\frac{f m_L}{N m_v + m_L} - \frac{\xi}{R} \right) g = 0,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Ak by bolo zrýchlenie konštantné, bola by vzdialenosť

$$\ell_m = \frac{v_1^2}{2 a_m} = \frac{v_1^2}{2 g \left(\frac{f m_L}{N m_v + m_L} - \frac{\xi}{R} \right)} = 995 \text{ m}.$$

- c) Výkon lokomotívy potrebný na udržanie rýchlosti v_2 vlaku

$$P_L = F_v v_2 = \frac{\xi}{R} (N m_v + m_L) g v_2 = 440 \text{ kW}.$$

- d) V stúpaní pôsobí okrem valivého odporu $F_v \cos \varphi \approx F_v$ aj pohybová zložka tiažovej sily $F_g \sin \varphi \approx F_g \tan \varphi$

$$P_{Lm} = \left[\frac{\xi}{R} (N m_v + m_L) g + (N m_v + m_L) g \tan \varphi \right] v_3,$$

odkiaľ máme

$$v_3 = \frac{P_{Lm}}{\left(\frac{\xi}{R} + \tan \varphi \right) (N m_v + m_L) g} = 15,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 55 \text{ km/h}.$$

4. Závažia na kladke

Riešenie:

a) Obr. RD2–1.

b) Keď sa nepohybuje teleso T1, nepohybuje sa ani kladka K2. Telesá T2 a T3 sa pohybujú s rovnakým zrýchlením (na spoločnom vlákne)

$$a_2 = \frac{F_{g2} - F_{v2}}{m_2} = \frac{F_{v2} - F_{g3}}{m_3},$$

odkiaľ dostávame

$$F_{v2} = \frac{2m_2 m_3}{m_2 + m_3} g.$$

Na kladke platí podmienka rovnováhy $F_{v1} + 2F_{v2} = 0$. Aby sa teleso T1 nepohlo, musí byť ťahová sila vlákna $v1$ menšia ako sila trenia medzi telesom a podložkou

$$F_{v1} = 2F_{v2} = \frac{4m_2 m_3}{m_2 + m_3} g \leq f m_1 g,$$

odkiaľ dostávame podmienku pre hmotnosť m_3

$$\left(\frac{4m_2}{f m_1} - 1 \right) m_3 \leq m_2.$$

Pri úprave nerovnosti je podstatné znamienko zátvorky. Podmienky sú

$$P1. \text{ Ak } \frac{4m_2}{f m_1} - 1 > 0, \text{ tzn. ak } m_2 > \frac{f}{4} m_1, \text{ musí platiť } m_3 \leq \frac{1}{\frac{4}{f} - \frac{m_1}{m_2}} m_1.$$

$$P2. \text{ Ak } \frac{4m_2}{f m_1} - 1 < 0, \text{ tzn. ak } m_2 < \frac{f}{4} m_1, \text{ je } m_3 \geq -\frac{1}{\frac{m_1}{m_2} - \frac{4}{f}} m_1, \text{ a teda } m_3 > 0.$$

V prvom prípade zostane teleso T1 v pokoji iba za uvedených podmienok.

V druhom prípade zostáva teleso T1 v pokoji pre akúkoľvek hmotnosť m_3 .

c) Teleso sa bude pohybovať iba ak nie je splnená podmienka statického trenia v prvom prípade, tzn. podmienka i.. Teleso T1 sa bude pohybovať so zrýchlením a_1 a teda teleso T2 so zrýchlením $a_1 + a_2$ a teleso T3 so zrýchlením $a_1 - a_2$, pričom platí

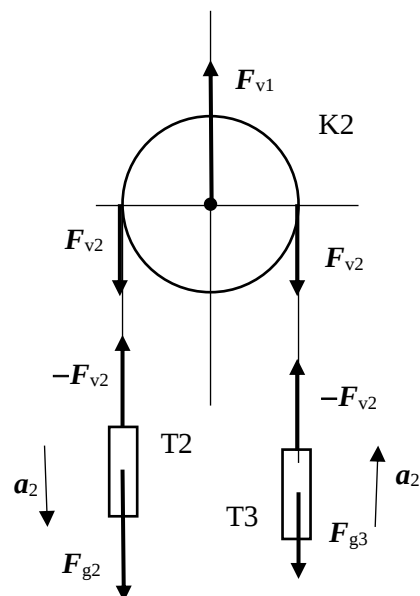
$$m_1 a_1 = F_{v1} - f F_{g1}, \text{ pričom } F_{v1} = 2 F_{v2},$$

$$m_2 (a_1 + a_2) = F_{g2} - F_{v2}$$

$$m_3 (a_1 - a_2) = F_{g3} - F_{v2}.$$

Z týchto rovníc dostávame po úprave

$$a_1 = \frac{1 - f \frac{m_1}{4} \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right)}{1 + \frac{m_1}{4} \left(\frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3} \right)} g.$$



Obr. RD2–1

Pre dané hodnoty:

- i) $(f/4)m_1 = 20$ g, a teda je splnená nerovnosť $m_2 < (f/4)m_1$ – podmienka P2. Teleso T1 zostane stáť na podložke pre ľubovoľnú hmotnosť m_3 , a teda pre $m_3 = 200$ g a $a_1 = 0$.
- ii) $(f/4)m_1 = 20$ g, a teda je splnená nerovnosť $m_2 > (f/4)m_1$ – podmienka P1.

Keďže $m_3 \leq \frac{1}{\frac{4}{f} - \frac{m_1}{m_2}} m_1 = 22$ g, teleso T1 zostane v pokoji, a teda $a_1 = 0$.

- iii) $(f/4)m_1 = 20$ g, a teda je splnená nerovnosť $m_2 > (f/4)m_1$, podmienka P1.

Keďže podmienka P1 $m_3 \leq \frac{1}{\frac{4}{f} - \frac{m_1}{m_2}} m_1 = 33$ g nie je splnená, teleso T1 a začne pohybovať so zrýchlením $a_1 = 0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy krajského kola kat. D

Návrh a úprava úloh: Ľubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
 Národný inštitút vzdelávania a mládeže,
 Bratislava 2025