

67. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2025/2026
kategória A

text úloh krajského kola v maďarskom jazyku

1. Golyó a hengeren

Az M tömegű és R sugarú homogén henger súrlódásmentesen fordulhat el a vízszintesen rögzített tengelye körül. A henger legfelső pontjára egy m tömegű és r sugarú homogén golyócskát helyezünk. Mivel ez a helyzet instabil, a golyócska a henger felületén – a tengelyre merőleges függőleges síkban – megcsúszás nélküli gördülő mozgást kezd végezni.

- a) Rajzolják le a henger felületén mozgó golyócskát, és jelöljék be a hengerre és a golyócskára ható összes erőt! Milyen mozgást fog végezni a henger és a golyócska?
- b) Határozzák meg mekkora φ_1 szöget zár a golyócska tömegközéppontjának sebességvektora a függőlegessel, valamint, hogy mekkora a golyócska tömegközéppontjának v_1 sebessége abban a pillanatban, amikor elhagyja a henger felületét!
- c) Határozzák meg a henger forgásának ω_{v1} szögsebességét és a golyócska forgómozgásának ω_{g1} szögsebességét abban a pillanatban, amikor a golyó elhagyja a henger felületét!
- d) Határozzák meg, mekkora s utat tesz meg a golyócska a henger felületén!

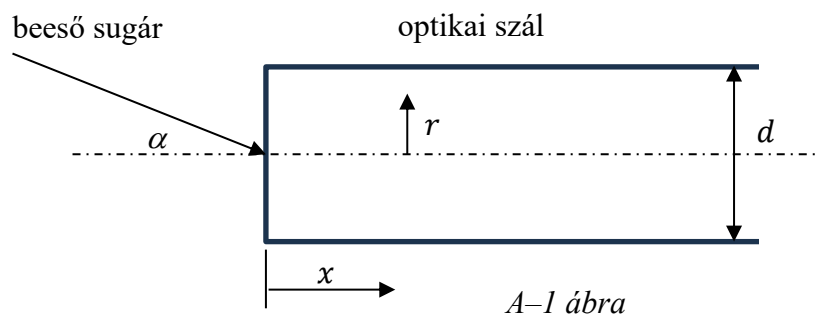
A levezetett mennyiségeket fejezzék ki az M, m, R, r és g mennyiségekkel!

Segítség: A henger forgástengelyére számított tehetetlenségi nyomatéka $I_v = \frac{1}{2} MR^2$, a golyócska a tömegközéppontján áthaladó tengelyre számított tehetetlenségi nyomatéka pedig $I_g = \frac{2}{5} mr^2$.

2. GI-MM optikai szál

A jel gyors és biztonságos továbbítására optikai szálakban terjedő modulált fénysugarat használnak. Egyetlen szálon egyszerre csatornák ezrei létezhetnek egymástól függetlenül. Az egyik használt száltípus a GI-MM (Graded Index Multi Mode) optikai szál, amelyet általában gradiens vagy multimódusú optikai szálnak neveznek. A szál optikailag átlátszó anyagból készül, miközben a törésmutató a szál kör keresztmetszetének középpontjától a pereme felé haladva változik. A törésmutató távolságfüggését a szál tengelyétől úgy alakítják ki, hogy a jel a lehető legkisebb csillapítással és a lehető legkisebb torzítással terjedjen.

A következő feladatban egy egyszerű GI-MM szál fogunk vizsgálni. Tételezzük fel, hogy az optikai szál átmérője $d = 50 \mu\text{m}$, a szál tengelyében a törésmutató $n_1 = 1,48$, a felületén pedig $n_2 = 1,46$!



- Vezessék le a szál n törésmutatójának a szál tengelyétől mért r távolságfüggését, ha a szál kör alakú homlokfelületének középpontjába, a levegőből α beesési szöggel (lásd A-1 ábra) belépő fénysugár a szálban körív alakú pályát ír le! Rajzolják le a sugár lefutását a szálban, és jelöljék be rajta a szükséges mennyiségeket!
- Határozzák meg a levegőből a szál homlokfelületére belépő sugár maximális α_m beesési szögét, amelynél a sugár a szálban minimális csillapítással terjed!
- Vezessék le, a szál homlokfelületétől mért, L távolságot, amelynél a sugár ismét áthalad a szál tengelyén, és fejezzék azt ki, mint az α szög függvényét! Mekkora $L = L_m$ távolság, tartozik az α_m beesési szöghöz?

3. A mágneses térben levő hidrogénatom modellje

Az ún. *naív hullámmechanikában* Niels Bohr 1913-ban olyan atommodellt javasolt, amely megoldotta az elektron energiájának kvantálását a hidrogénatomban. Hasonlóan ahhoz, ahogyan egy fémgyűrű, kalapácsütés után, csak bizonyos hangon cseng, az atommagon körpályán mozgó elektron impulzusmomentuma is csak bizonyos értékeket vehet fel. Ahogyan a fémgyűrű hangjának magasabb felhangjai az alaphang frekvencia egész számú többszörösei, ugyanúgy az elektron impulzusmomentuma az atomban csak egy bizonyos alapérték egész számú többszöröse lehet.

- Határozzák meg az elektron L_1 pályamomentumát alapállapotban, ha az elektron a proton körül körpályán mozog, valamint az elektron legalacsonyabb energiájának kísérleti értéke, $E_1 = -13,605 \text{ eV}$!
- Határozzák meg az első gerjesztett állapot E_2 energiáját, valamint annak az elektromágneses sugárzásnak a hullámhosszát, amely a hidrogénatomban a második elektronállapotból az első (alap-) állapotba való átmenetkor sugároz ki. Az elektron impulzusmomentuma az n -ik stacionárius állapotban $L_n = nL_1$. Az EM-hullámok spektrumának mely tartományába tartozik ez a sugárzás?

Az elektron mozgása az atomban mágneses teret gerjeszt. Az árammal átjárt körvezető mágneses dipólusmomentuma a $\mu = IS$, ahol I a hurok áram, S pedig a hurok területe.

- Határozzák meg a proton körül mozgó elektronhoz tartozó mágneses dipólusmomentumot alapállapotban!

4. Mikor keletkezett a Nap?

A Nap a Naprendszer fő energiaforrása. Tudjuk, hogy a Nap energiájának forrása az a termónukleáris reakció, amelynek során a hidrogén héliummá alakul. Az ősrobbanás elméletéből következik, hogy az Univerzum születésekor, a hőmérséklet csökkenésével a fejlődés egy bizonyos szakaszában protonok és elektronok keletkeztek. A további lehűlés során a protonokból és elektronokból α -részecskék alakultak ki. A hűlés egy bizonyos szakaszában ez a folyamat végül leállt, így az Univerzum – egészen kis mennyiségű nehezebb elemek kivételével – két elemből állt: hidrogénből és héliumból. A legújabb kutatási eredmények alapján, amikor a héliumképződés folyamata leállt, a hélium tömegaránya $p_{\text{He0}} = 24,6 \%$ volt. Ebből az anyagból jöttek létre aztán a gravitáció hatására, a kozmikus égítetek és rendszereik.

Tegyük fel, hogy ez a héliumarány volt kezdetben a Napban is, amikor magjában beindultak az energiát (és további héliumot is) termelő magreakciók. Különböző mérések szerint aktuálisan a hélium tömege a Napban a Nap teljes tömegének $p_{\text{He}} = 27,7 \%$ -ka.

Határozzák meg, bizonyos egyszerűsítő feltevések mellett, a Nap keletkezése óta eltelt időt, vagyis azt az időpontot, amikor magjában megkezdődött a termónukleáris reakció! Egyszerűsítésként tételezzük fel, hogy a reakció a Napban mindvégig ugyanolyan intenzitással zajlott, mint jelenleg. A neutrínók és a napszél energiájával elszökő teljesítmény a kisugárzott elektromágneses sugárzáshoz képest elhanyagolhatóan kicsi, és az energiát proton–proton ciklus termeli, amelyben négy proton és két elektron alakul át fokozatosan egy α -részecskévé. Használjuk fel azt is, hogy a Nap sugárzási spektrumának intenzitásmaximuma $\lambda_m = 501 \text{ nm}$ hullámhosszon van.

- a) Határozzák meg a „naperőmű” teljesítményét!
- b) Határozzák meg az egy héliummag keletkezésekor felszabaduló energiát (MeV-ben), valamint azt a héliumtömeget, amely a Napban másodpercenként keletkezik (a leírt termónukleáris reakciókban)!
- c) Mennyi idő telt el, mióta a Nap, mint a Naprendszer energiaforrása üzemel?

Fizikai állandók

Gravitációs gyorsulás	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Gravitációs állandó	$G = 6,674\times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}$
Fénysebesség vákuumban	$c = 2,998\times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Boltzmann-állandó	$k_B = 1,38065\times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Egyetemes gázállandó	$R = 8,31446 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Avogadro-állandó	$N_A = 6,02214\times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Stefan–Boltzmann-állandó	$\sigma = 5,67\times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Levegő törésmutatója	$n_0 = 1,00026$ (norm. felt.)
Coulomb-állandó	$k = 8,99\times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Elektromos állandó	$\varepsilon_0 = 8,85\times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Mágneses állandó	$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Elemi töltés	$e = 1,602\times 10^{-19} \text{ C}$
Elektron tömege	$m_e = 9,10938\times 10^{-31} \text{ kg}$
Proton tömege	$m_p = 1,67262\times 10^{-27} \text{ kg}$
Neutron tömege	$m_n = 1,67493\times 10^{-27} \text{ kg}$
α -részecske tömege	$m_\alpha = 6,64466\times 10^{-27} \text{ kg}$
Planck-állandó	$h = 6,6261\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Redukált Planck-állandó	$\hbar = 1,05457\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Bohr-magneton	$\mu_B = 9,27401\times 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$
Nap sugara	$R_S = 6,96\times 10^5 \text{ km}$
Nap tömege	$M_S = 1,989\times 10^{30} \text{ kg}$
Wien-állandó	$b = 2,898\times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$
Szoláris állandó	$H_S = 1,369\times 10^3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Fizikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy krajského kola kategórie A

Návrh a spracovanie úloh: Ivo Čáp, Ľubomír Konrád

Recenzia úloh: Aba Teleki, Ľubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026