

67. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2025/2026

kategória A

text úloh krajského kola

1. úloha - Gul'a na valci

Do najvyššieho bodu vodorovného homogénneho valca s hmotnosťou M a polomerom R , voľne otočného bez trenia okolo vodorovnej pevnej osi totožnej s osou valca, položíme homogénnu guľôčku s hmotnosťou m a polomerom r . Keďže táto poloha je nestabilná, začne sa guľôčka pohybovať po povrchu valca vo zvislej rovine, kolmej na os valca, valivým pohybom (bez prešmykovania).

- Nakreslite obrázok guľôčky, pohybujúcej sa po povrchu valca, a vyznačte v ňom všetky sily pôsobiace na valec a na guľôčku. Uveďte, aký pohyb budú valec a guľôčka vykonávať.
- Určte uhol φ_1 , ktorý zvierá vektor rýchlosti pohybu hmotného stredu guľôčky so zvislým smerom a veľkosť v_1 vektora rýchlosti hmotného stredu guľôčky v okamihu, keď opustí povrch valca.
- Určte uhlovú rýchlosť ω_{v1} otáčania sa valca a uhlovú rýchlosť ω_{g1} otáčania sa guľôčky v okamihu, keď guľôčka opustí povrch valca.
- Určte dráhu s , ktorú prejde guľôčka po povrchu valca.

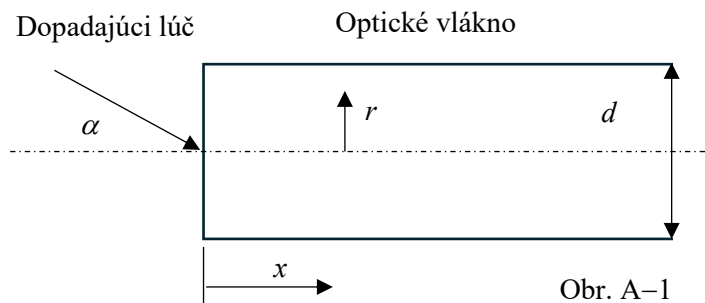
Výsledky odvodení vyjadrite pomocou veličín M , m , R , r a g .

Pomôcka: Moment zotrvačnosti valca vzhľadom na jeho rotačnú os $I_v = \frac{1}{2} MR^2$ a moment zotrvačnosti guľôčky vzhľadom na os prechádzajúcu je hmotným stredom $I_g = \frac{2}{5} mr^2$.

2. úloha - GI-MM optické vlákno

Optické vlákna sa využívajú na rýchly a bezpečný prenos signálu prostredníctvom modulovaného optického lúča. Jedným vláknom sa môžu prenášať súčasne tisíce nezávislých kanálov. Jedným z používaných vlákien je optické vlákno GI-MM (Graded Index Multi Mode), bežne nazývané gradientové alebo multimódové optické vlákno. Vlákno je vytvorené z opticky priehľadného materiálu, pričom index lomu sa mení od stredu smerom k obvodu jeho kruhového prierezu. Závislosť indexu lomu od vzdialenosti od osi vlákna je vypočítaná tak, aby sa signál prenášal s minimálnym útlmom a minimálnym skreslením.

V nasledujúcej úlohe riešte jednoduchý príklad GI-MM vlákna. Uvažujte optické vlákno s priemerom $d = 50 \mu\text{m}$ a indexom lomu v osi vlákna $n_1 = 1,48$ a na povrchu $n_2 = 1,46$.



- Odvoďte vzťah pre index lomu n vlákna ako funkciu vzdialenosti r od jeho osi, ak lúč vnikajúci do vlákna v strede jeho kruhového čela pod uhlom dopadu α (pozri obrázok A-1), má vo vlákne tvar oblúku kružnice. Nakreslite obrázok chodu lúča vláknom a vyznačte v ňom potrebné veličiny.
- Určte maximálny uhol α_m dopadu lúča zo vzduchu na čelo vlákna, aby sa lúč šírila vo vlákne s minimálnym útlmom.
- Odvoďte vzťah pre vzdialenosť L od čela vlákna, v ktorej lúč prejde opäť osou vlákna, ako funkciu uhlu α . Určte vzdialenosť $L = L_m$ pre uhol dopadu α_m .

3. úloha - Model atómu vodíka v magnetickom poli

Na základe rozvíjajúcej sa vlnovej mechaniky navrhol Niels Bohr v roku 1913 model atómu, ktorý riešil kvantovanie energie elektrónu v atóme vodíka. Podobne ako kovový krúžok po údere kladivka znie iba určitým tónom, aj elektrón na kružnicovej trajektórii okolo jadra atómu môže mať iba určité hodnoty momentu hybnosti. Podobne ako frekvencie vyšších harmonických zvuku kovového krúžka sú celočíselným násobkom základnej frekvencie, aj moment hybnosti elektrónu v atóme môže byť iba celočíselným násobkom určitej základnej hodnoty.

- Na základe predpokladu, že elektrón sa pohybuje okolo protónu po kružnicovej trajektórii, a experimentálneho zistenia najnižšej energie elektrónu $E_1 = -13,605 \text{ eV}$ (základný stav), určte hodnotu L_1 momentu hybnosti elektrónu v základnom stave.
- Na základe predpokladu, moment hybnosti L_n elektrónu v n -tom stacionárnom stave $L_n = n L_1$ určte energiu E_2 prvého excitovaného stavu a vlnovú dĺžku elektromagnetického žiarenia vyžarovaného pri prechode atómu vodíka z druhého stavu elektrónu do prvého (základného). Do akej časti spektra EM vln toto žiarenie patrí?

Pohyb elektrónu v atóme vytvára magnetické pole. Magnetický dipólový moment kruhového závitú s prúdom je definovaný vzťahom $\mu = I S$, kde I predstavuje prúd závitú a S obsah kruhu závitú.

- S použitím tejto definície určte magnetický dipólový moment, zodpovedajúci pohybu elektrónu okolo protónu v základnom stave.

4. úloha - Kedy vzniklo Slnko?

Slnko je hlavným zdrojom energie v Slnčnej sústave. Vieme, že zdrojom energie Slnka je termonukleárna reakcia, pri ktorej sa vodík mení na hélium. Z teórie Big-Bangu vyplýva, že pri zrode Vesmíru a jeho klesajúcej teplote v určitej fáze vývoja vznikali protóny a elektróny a po ďalšom ochladení vznikali z protónov a elektrónov častice α . Po ďalšom ochladení sa tento proces zastavil, takže Vesmír tvorili, až na veľmi malé množstvo ťažších prvkov, dva prvky – vodík a hélium. Proces tvorby hélia sa zastavil, keď jeho hmotnostný podiel dosiahol podľa najnovších výsledkov $p_{\text{He}0} = 24,6 \%$. Z tohto materiálu sa potom pôsobením gravitácie utvárali kozmické telesá a ich sústavy. Predpokladajme, že tento podiel hélia malo na začiatku aj Slnko, keď sa začala termojadrová syntéza v jeho jadre. Z rôznych meraní sa odhaduje v Slnku súčasný pomer hmotnosti hélia k celkovej hmotnosti Slnka $p_{\text{He}} = 27,7 \%$.

Pokúsme sa na základe určitých zjednodušení určiť čas od vzniku Slnka, tzn. od okamihu, keď sa začala v jeho jadre termonukleárna reakcia. Pre zjednodušenie predpokladajte, že po celý čas prebiehala reakcia v Slnku s rovnakou intenzitou ako v súčasnosti, výkon odnášaný energiou neutrín a slnečného vetra v porovnaní s výkonom vyžarovaného elektromagnetického žiarenia je zanedbateľne malý, a že v Slnku prebiehal protón–protónový cyklus, pri ktorom postupne dochádza k premene štyroch protónov a dvoch elektrónov na časticu α . Využite aj poznatok, že spektrum žiarenia Slnka má maximum intenzity na vlnovej dĺžke $\lambda_m = 501 \text{ nm}$.

- Určte výkon „slnečného reaktora“.
- Určte energiu uvoľnenú pri vzniku jedného jadra hélia (v MeV) a hmotnosť hélia, ktoré v Slnku vznikne termonukleárnou reakciou za sekundu.
- Určte čas, ktorý uplynul od vzniku Slnka ako zdroja energie pre Slnčnú sústavu.

Fyzikálne konštanty:

Tiažové zrýchlenie	$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
Gravitačná konštanta	$G = 6,674\times 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{s}^{-2}\cdot\text{kg}^{-1}$
Rýchlosť svetla vo vákuu	$c = 2,998\times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Boltzmannova konštanta	$k_{\text{B}} = 1,38065\times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Plynová konštanta	$R = 8,31446 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Avogadrova konštanta	$N_{\text{A}} = 6,02214\times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Stefanova–Boltzmannova konštanta	$\sigma = 5,67\times 10^{-8} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$
Index lomu vzduchu	$n_0 = 1,00026$ (normálne podmienky)
Coulombova konštanta	$k = 8,99\times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
Elektrická konštanta	$\epsilon_0 = 8,85\times 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$
Magnetická konštanta	$\mu_0 = 4\pi\times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$
Elementárny náboj	$e = 1,602\times 10^{-19} \text{ C}$
Hmotnosť elektrónu	$m_{\text{e}} = 9,10938\times 10^{-31} \text{ kg}$
Hmotnosť protónu	$m_{\text{p}} = 1,67262\times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť neutrónu	$m_{\text{n}} = 1,67493\times 10^{-27} \text{ kg}$
Hmotnosť α -častice	$m_{\alpha} = 6,64466\times 10^{-27} \text{ kg}$
Planckova konštanta	$h = 6,6261\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Redukovaná Planckova konštanta	$\hbar = 1,05457\times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Bohrov magnetón	$\mu_{\text{B}} = 9,27401\times 10^{-24} \text{ J}\cdot\text{T}^{-1}$
Polomer Slnka	$R_{\text{S}} = 6,96\times 10^5 \text{ km}$
Hmotnosť Slnka	$M_{\text{S}} = 1,989\times 10^{30} \text{ kg}$
Wienova konštanta	$b = 2,898\times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{K}$
Solárna konštanta	$H_{\text{S}} = 1,369\times 10^3 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy krajského kola kategórie A

Návrh a spracovanie úloh: Ivo Čáp, Ľubomír Konrád

Recenzia úloh: Aba Teleki, Ľubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2026