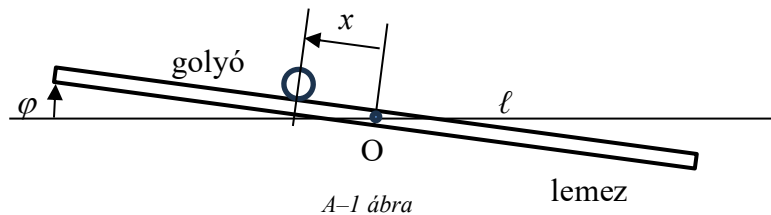


67. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2025/2026
kategória A

text úloh domácej prípravy v maďarskom jazyku

1. A lemez rezgőmozgása a deszkán

A képen egy érdekes kísérlet látható. Egy hosszú, vékony, homogén m_1 tömegű és ℓ hosszúsággal lemez, amely elfordulhat az O vízszintes tengely körül. Az O tengely áthalad a lemez tömegközéppontján, és merőleges a lemez hosszára (a rajz síkjára). A lemezre az O tengelytől $0 < x_0 < \ell/2$ távolságban egy kis $m_2 \ll m_1$ tömegű és $r \ll \ell$ sugarú golyót helyezünk.



A lemezt, a golyóval együtt, kibillentjük φ_0 szöggel a vízszintes helyzetéből, és elengedjük. Miután elengedtük, a lemez elfordul az O tengely körül, a golyó pedig csúszásmentes görgőmozgásba kezd a lemez felületén.

- a) Milyen lehet a golyó végső állapota a lemez különböző φ_0 kezdeti kitérítésekor?
- b) Írja fel a lemez és a golyó mozgásegyenleteit x és φ változókra!

Várható, hogy megfelelő φ_0 kezdeti kitérés esetén a golyó periodikus mozgást fog végezni a lemez közepe, azaz az O pont körül.

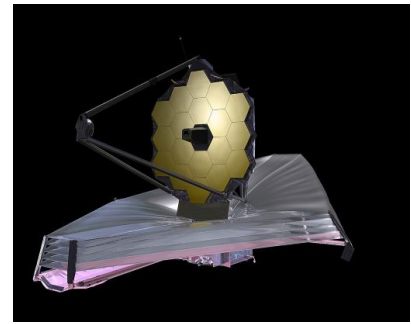
- c) Egyszerűsítse a lemez és a golyó mozgásegyenleteit azzal a feltételezéssel, hogy a szög $\varphi \ll 1$ rad, és a golyóra ható tehetetlenségi erők elhanyagolhatóan kicsik!
- d) Bizonyítsa be, hogy a golyó a (c) esetben harmonikus mozgást fog végezni a lemez közepe körül! Határozza meg e mozgás T periódusát!
- e) Határozza meg a lemez φ_0 kezdeti szögkitérését, a golyó adott x_0 kezdeti pozíciójára úgy, hogy a golyó mozgása az O pont körül harmonikus legyen!

A forgástengelyben fellépő súrlódást tekintse elhanyagolhatóan kicsinek! Kis szögek esetén $|\varphi| \ll 1$ rad fennállnak a közelítő összefüggések:

$$\sin \varphi \approx \varphi \approx \tan \varphi, \cos \varphi \approx 1.$$

2. A Webb űrtávcső

2021. december 25-én, Francia Guyanában, sikeresen felbocsátották az Ariane 5 rakétával a kourou-i űrközpontból az új űrtávcsövet (lásd az A–2 ábrát), amely nemzetközi együttműködés keretében készült. A távcső James Webb nevét viseli, aki 1961–1968 között a NASA adminisztrátora volt, és részt vett az Apollo-programban. A James Webb Űrteleszkóp (JWST) úgy lett megtervezve, hogy az infravörös tartományban jobb felbontást és érzékenységet biztosítson, mint a Hubble-űrtávcső. 2022 januárjában a JWST elérte végleges helyét. Mivel körülbelül 50 K hőmérséklet mellett működik, a teleszkóp mindvégig a Föld árnyékában tartózkodik, helyzete a Földhöz képest gyakorlatilag változatlan.



A–2 ábra

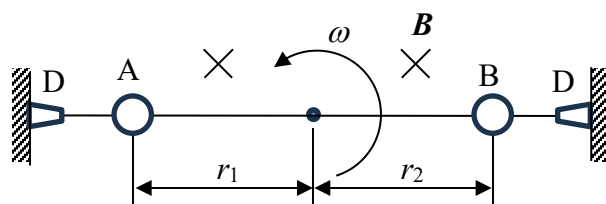
- a) Tekintsük a Nap–Föld rendszert más égitestek hatásainak figyelembevétele nélkül. Mekkora a Föld középpontja által leírt körpálya r_Z sugara a rendszer tömegközéppontja körül?
- b) Ahhoz, hogy a távcső tartósan a Föld árnyékában maradjon, a Napot és Földet összekötő egyenes egy pontján kell tartózkodnia. Határozza meg, mekkora r távolságban ez a pont van a Föld középpontjától!

A Webb-távcső nagyon távoli objektumok megfigyelésére szolgál. A teleszkóp tükre 18 hatszög alakú szegmensből áll, átmérője $D = 6,5$ m, ami 2,7-szer nagyobb, mint a Hubble-teleszkóp tükre. Ennek köszönhetően jelentősen nagyobb érzékenységgel és felbontással rendelkezik.

- c) Határozza meg azt a λ_1 hullámhosszt, amelynél a teleszkóp eléri a $\theta \approx 0,1''$ (ívmásodperc) felbontást. Milyen λ_2 hullámhossznál éri el ugyanezt a felbontást a Hubble-teleszkóp? Milyen elektromágneses sugárzási tartományokra tervezték a két teleszkópot?

3. Egyensúly a mágneses térben

Egy megfeszített, vékony szigetelő szálon, amelynek hossza L , két azonos, kicsi vezető gömb (A és B) tud szabadon csúszni – mindkettő tömege m (A-3 ábra). A szál egy forgóasztal D tartóihoz van rögzítve. A gömböcskéknek azonos q elektromos töltést adunk, majd az asztalt a szállal és a gömböcskével együtt forgásba hozzuk a szál közepén áthaladó arra merőleges tengely körül – az asztal fordulatszáma n . A szál a gömböcskével együtt homogén mágneses térben helyezkedik el, amelynek indukciója B , és amely párhuzamos a forgástengellyel, valamint iránya ellentétes az ω forgásvektor irányával.



A-3 ábra

- Állandó n fordulatszám esetén a gömböcskék egyensúlyi helyzetet vehetnek fel a szálon úgy, hogy nem érintik a D tartókat. Bizonyítsa be, hogy az egyensúlyi helyzetek mindkét gömböcske esetén azonos r távolságra vannak a forgástengelytől, és határozza meg ezt a távolságot a megadott n fordulatszámra.
- Szerkessze meg az r távolság grafikonját az n fordulatszám függvényeként a következő értékekkel: $q = 100 \text{ nC}$, $m = 1,0 \text{ }\mu\text{g}$, $B = 5,0 \text{ T}$.
Ítéldje meg, a grafikon alapján, hogy adott L szálhossz esetén hány egyensúlyi helyzet létezik a megadott értékekhez!
- Vezesse le az összefüggést a szál L_m minimális hosszára, amelynél megfigyelhetők a gömböcskék egyensúlyi helyzetei!
- Vezesse le az n fordulatszámot, mint r függvényét, amikor a gömböcskék egyensúlyi helyzete r távolságban van a forgástengelytől, és határozza meg annak értékét a megadott mennyiségekre! Határozza meg a rendszer n fordulatszámát, amikor az egyensúlyi helyzet $r < L/2$ távolságban jön létre, ha a szálhosszok $L_1 = 1,0 \text{ m}$, illetve $L_2 = 2,0 \text{ m}$!

4. A Nap

Számos ősi civilizáció tisztelettel tekintett a Napra, mint az élet forrására a Földön. A görög elnevezés $\eta\lambda\iota\omicron\varsigma$ – Héliosz számos további név alapja, például Hellász – Görögország ősi elnevezése, a hélium – olyan elem, amelyet először a Napon fedeztek fel, vagy a héliocentrikus rendszer – amelyben a Nap a Naprendszer központi égiteste stb.

Az emberiség egész történelme során igyekezett földi megfigyelésekből minél több információt szerezni a Napról. Az első komolyabb válaszok csak a 17. században születtek meg Newton és Kepler törvényeinek felfedezése után.

- a) Az első kérdés a Föld–Nap távolság meghatározása volt. Az első pontosabb becslések egy módszer alapján születtek, amelyet Edmund Halley már 1680-ban javasolt, a Vénusz napkorong előtti átvonulásának megfigyelésére alapozva. A Vénusz és a Föld a Nap körül a földi pálya síkjában (ekliptika) kering, és pályáik körpályáknak tekinthetők. Mérések szerint a Vénusz maximális szögtávolsága a Föld–Nap egyenestől $T_{V,syn} = 584,9$ nap elteltével ismétlődik ugyanabban az irányban (szinodikus keringési idő). A Vénusz átvonulását a Föld két áttelienes pontjáról figyelték meg úgy, hogy a pontos megfigyelőhelyeket összekötő egyenes az ekliptika síkjában volt, és merőleges a Földet és Napot összekötő egyenesre. A Vénusz a Nap elé való bevonulásának két helyről megfigyelt időpontjai között $\Delta t_V = 11' 26''$ időkülönbséget mértek. Ismert volt továbbá a Föld keringési ideje: $T_Z = 365,26$ nap, valamint a Nap szögátmérője: $\varphi_S = 32'$. Határozd meg a fenti adatok és a Newton-féle gravitációs törvényéből a d_{SZ} Föld–Nap távolságot, a Nap R_S sugarát és M_S tömegét!
- b) A Stefan–Boltzmann törvény 1879-es levezetését követően e törvény alapján meg határozták a Nap felszíni hőmérsékletét. A Napból a Földre érkező sugárzás intenzitásának mérésekor megállapították, hogy 1 m^2 olyan felületre, amely merőleges a Nap–Föld irányra, egységnyi idő alatt $Q = 1366 \text{ J}$ energiájú sugárzás érkezik. A légköri elnyelődés és visszaverődés csökkentése érdekében a méréseket magaslati helyen is elvégezték.¹ Határozd meg a Nap felszínének θ_S hőmérsékletét, ha fekete testként sugároz! Határozd meg továbbá a Nap teljes P_S sugárzási teljesítményét!
- c) A Wien-féle eltolódási törvény 1896-os alkalmazásával egy másik hőmérsékletbecslést is kaptak a Nap felszínének hőmérsékletére. Mérések szerint a Nap sugárzási spektrumának maximuma $\lambda_m = 501 \text{ nm}$ hullámhossznál van. Milyen hőmérsékletű sugárzónak felel ez meg? Hasonlítsd össze a (b) és (c) pont számítási eredményeit, és magyarázd meg a lehetséges eltérések okát!
- d) A relativitáselmélet és a kvantumelmélet fejlődésével feltárták a Nap energiatermelésének forrását. A fő energiaforrás a *proton–proton ciklus*, amely három lépésben négy ^1H atommagot (protont) alakít át ^4He atommaggá (alfa-részecskévé). Spektroszkópiai mérések alapján a proton tömege: $m_p = 1,672\,621\,926 \times 10^{-27} \text{ kg}$, alfa-részecske tömege $m_\alpha = 6,644\,657\,345 \times 10^{-27} \text{ kg}$. Határozza meg mekkora E_γ energia szabadul fel egy proton-proton ciklusban – fejezze ki MeV egységben (az elektronok és neutrínók energiáját elhanyagolva)!
- e) A Napban (atomszám szerint) 92,1% a hidrogén és 7,8% a hélium. Ez tömegarányban azt jelenti, hogy a hidrogén a Nap tömegének 72,32%-át adja. A hélium keletkezése és a

¹ Először 1838-ban Claude Pouillet francia fizikus végzett méréseket ezen a téren. Eredetileg nagyjából az itt megadott érték felét mérte, azonban korrekciókat végzett a légkör befolyására, feltételezve, hogy a légréteg vastagságától lineárisan függ a beeső sugárzás intenzitása (csökken az abszorpció és visszaverődés által). A korrekció után kapott érték $1228 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ volt. Ez közel áll a ma mért értékhez. Az egyszerűség kedvéért a feladatban a ma ismert érték van megadva. (A fordító megjegyzése.)

gravitáció miatt a Nap magjában a hidrogén tömegének csupán $p_H = 35\%$ része áll rendelkezésre a fúzióhoz.

Határozza meg azt az időt, amely alatt a Nap magjában a hidrogén tömege $\Delta p = 10\%$ -kal csökken!

5. Tükröződés az úton

Számos jelenségben megmutatkozik a levegő inhomogenitása, amelyet a hőmérséklet-, nyomás- vagy páratartalom-gradiens okoz. Ismeretes, hogy $p_0 = 101 \text{ kPa}$ normál nyomáson és $t_0 = 0^\circ\text{C}$ normál hőmérsékleten a levegő törésmutatója $n_0 = 1,00029$.

- a) Soroljon fel a természetből vagy műszaki területről legalább öt optikai jelenséget, amelyekben megnyilvánul a közeg inhomogenitása!



A-4 ábra

Az egyik ilyen jelenség az ismert úttükrökép („víztócsás” jelenség), amelyet az útfelület feletti hőmérséklet-gradiens okoz (A-3 ábra). Egy autópálya információs táblája forró nyári napon 28°C levegőhőmérsékletet jelez, az úttest hőmérséklete pedig 45°C . Tegyük fel, hogy közvetlenül az aszfalt felett a levegő hőmérséklete $t_v = 38^\circ\text{C}$, és a levegő hőmérséklete $h_0 = 2,0 \text{ m}$ magasságig fokozatosan változik, és ahol az $t_a = 28^\circ\text{C}$. E magasság felett az áramlások miatt a levegő hőmérséklete már nem változik. Tegyük fel továbbá, hogy a levegő törésmutatójának változása $\Delta n = n - 1$ arányos a levegő sűrűségével!

- b) Tegyük fel, hogy a napsugár a levegőben α_0 szöget zár be a vízszintessel, így érkezik a légréteghez, amely az útfelület (fekete aszfalt) felett van. Az inhomogén közegben a fénysugár pályája görbül. Vezesse le a *hőmérséklet magasságfüggését* a fénysugár pályája mentén, ha a sugár *körív* alakú! Ábrázolja grafikonon ezt a függvényt! Addja meg az R sugár kifejezését is!

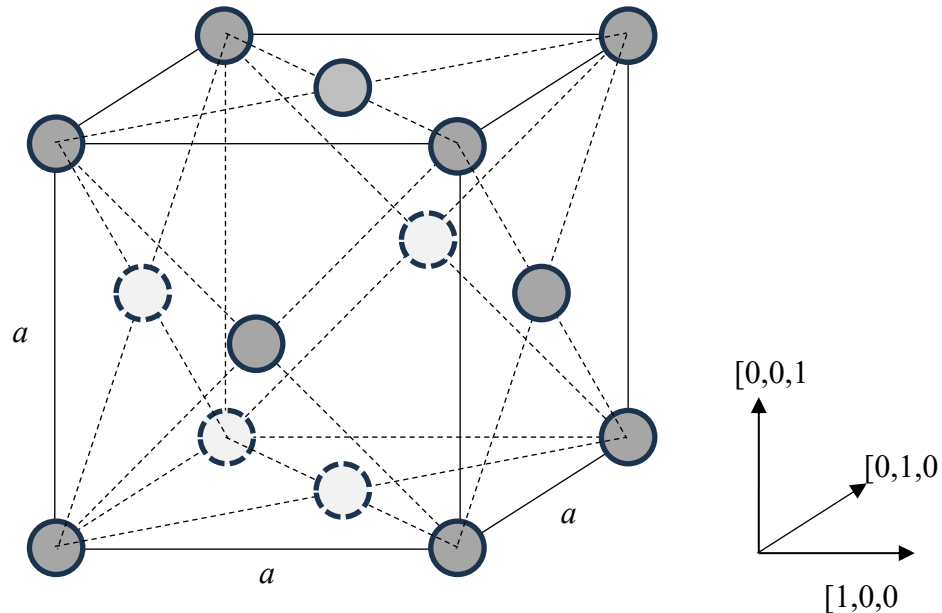
Egy autó vezetője a Nap irányában halad, és szeme $H = 120 \text{ cm}$ magasan van az útfelszíne felett. Az úttesten „tócsára” emlékeztető tükröződést lát.

- c) Számítsa ki, a b) részfeladat eredményét felhasználva, mekkora α_0 beesési szöggel kell beesnie a napfénynek az inhomogén légrétegre, hogy megfigyelhető legyen a visszaverődés az úttestről? Milyen d távolságban látja maga előtt a vezető a tükröződést?

6. Elektronok diffrakciója

1927-ben Davisson és Germer (kiejtése: Déviszon és Zsermer) a *Physical Review* folyóiratban közzétették kísérletüket, amely megerősítette de Broglie 1924-es feltevését az anyag hullám-részecske kettős természetéről.

A kísérletben monokristályos nikkelt használtak, amely lapközepes köbös rácsban kristályosodik. Az atomok geometriai elrendezését az alapsejt mutatja (A-5 ábra): a kocka csúcaiban 8 atom helyezkedik el, a lapok közepén pedig 6 atom található.

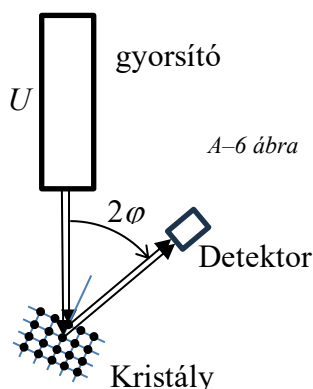


A-5 ábra: Köbös felületcentrált rács – FCC

- a) Az alapsejt egyes atomjai több szomszédos cellához is tartoznak. Hány (n) atommal járul hozzá egy cella a kristályhoz? Határozd meg a rácsállandót (az elemi kocka élhosszát) a nikkal ismert ρ sűrűségéből és M_m moláris tömegéből!

A kristályban meghatározott alapvető irányok láthatók az ábrán. Az atomok párhuzamos kristálytani síkrendszerekbe rendezhetők.

- b) Határozd meg a monokristályos Ni-ben a $[0,1,0]$ irányra merőleges síkok közötti a_1 távolságot, az $[1,1,0]$ irányra merőleges síkok közötti a_2 távolságot, valamint az $[1,1,1]$ irányra merőleges síkok közötti a_3 távolságot!



A-6 ábra

Amikor röntgensugárzás éri a monokristály sík felületét, az egyes atomok elnyelik a sugárzást, majd tetszőleges irányba kisugározzák. A visszaverődést értelmezhetjük úgy is, mintha a kristálytani síkokon történne. A visszavert sugárzásban maximum akkor figyelhető meg, ha a párhuzamos síkokról visszaverődő hullámok konstruktív interferenciája következik be, azaz a fáziskülönbség 2π radián egész számú többszöröse. Így jön létre a röntgendiffraktogram, amely lehetővé teszi a kristályszerkezet vizsgálatát.

Ha az elektronsugár hullámként viselkedik, akkor a monokristály felületéről visszaverődve a röntgensugárzáshoz hasonló diffrakciós kép alakul ki.

Egyszerűsítésként vegyünk egy egyszerű köbös rácsú monokristályt, és ennek felületét a $[0,0,1]$ irányra merőleges síkban. A kristály felületére U feszültséggel gyorsított elektronsugár esik φ beesési szöggel (a felület normálisához képest). A visszaverődő elektronokat szimmetrikusan, ugyanazon φ visszaverődési szög alatt elhelyezett detektor érzékeli (A–6 ábra).

- c) Határozza meg azt az U gyorsítófeszültséget, amelynél a detektor által észlelt jel az elektronsugarak kristályrácsra történő diffrakciója miatt maximális!
- d) Davisson és Germer olyan kristálysíkokon végezték a kísérletet, amelyek között a távolság $d = 0,092$ nm volt, az elektronok beesési szögét $\varphi = 25^\circ$ -nak választották. Mekkora gyorsítófeszültségek (U_1 és U_2) felelnek meg visszavert elektronnyaláb első és második maximumának?

7. A nehézségi gyorsulás mérése. (kísérleti feladat)

Feladat

A nehézségi gyorsulás nagyon pontos mérésére reverziós ingát használtak. Ez egy fizikai inga, amelynek két, azonos lengésidejű, egymással párhuzamos lengéstengelye van, a tömegközépponttól a két oldalon nem szimmetrikusan elhelyezve (tömegközéppont és a két tengely egy síkban fekszenek).

Fizikai ingaként használjon kb. 1 m hosszú faléccet! A lécben fúrjon végig egy sor párhuzamos apró furatot kb. 5 cm-es távolságokban, amelyekbe egymás után egy vékony fém tengelyt lehet elhelyezni.

- Határozza meg, megfelelő módszerrel, a lécc tömegközéppontjának helyét!
- Mérje meg a lehető legpontosabban az inga lengésidejét különböző tengelyekre! Az eredményeket jegyezze fel egy áttekinthető táblázatba, és ábrázolja grafikonon a T lengéside függését a tömegközépponttól mért a tengelytávolság függvényében.
- Hasonlítsa össze a mérési eredményeket a lengéside elméleti összefüggésével:

$$(1) T = 2\pi \sqrt{\frac{J+ma^2}{mga}}$$

ahol J a lécc tehetetlenségi nyomatéka, amelyet a lécre merőleges, a tömegközépponton áthaladó tengelyre számítunk. (Vékony, homogén, l hosszúságú, igen kicsi keresztmetszetű és m tömegű rúdra: $J = \frac{1}{12} ml^2$.)

- Mutassa meg, az (1) összefüggés felhasználásával, hogy ha a reverziós inga definíciójának megfelelően két különböző tengelyt választunk, amelyek távolságai a tömegközépponttól a_1 és a_2 , akkor a lengéside:

$$(2) T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{g}}$$

ahol $D = a_1 + a_2$ a két tengely távolsága egymástól.

- Válasszon ki megfelelő T lengéside-értékeket, és határozza meg a grafikon alapján a hozzá tartozó D távolságot! Ezek segítségével számítsa ki a g nehézségi gyorsulást! A műveletet végezze el öt különböző lengéside-re!
- Határozza meg, mekkora pontossággal lehet a g érték meghatározni a leírt módszerrel! Tegyen javaslatot arra, hogyan lehet növelni a nehézségi gyorsulás mérésének pontosságát reverziós inga segítségével! (Használja ki, hogy a (2) összefüggésben nem szerepel a J tehetetlenségi nyomaték.)

Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy domácí přípravy kat. A

Návrh a spracovanie úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Aba Teleki, Lubomír Mucha
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025

