

67. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2025/2026
kategória A

text úloh domácej prípravy

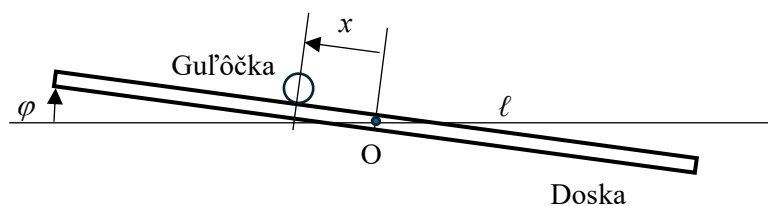
Úlohy *domácej prípravy* (pôvodne domáce kolo) sú určené na preštudovanie problematiky úloh, na ktoré bude nadväzovať súťažné krajské kolo. Odporúčame detailnejšie si preštudovať tematiku úloh s použitím literatúry alebo s pomocou učiteľov alebo iných osôb.

Odporúčame preštudovať si študijný text: *Úvod do Fyzikálnej olympiády* na stránke NIVAM: <https://nivam.sk/wp-content/uploads/2025/10/Uvod-do-FO.pdf>.

Kategória A sa riadi sylabom IPhO: <https://www.ipho-new.org/statutes-syllabus/>.

1. úloha - Kmity hranola na doske

Na obrázku je zobrazený zaujímavý experiment. Dlhá tenká homogénna doska s hmotnosťou m_1 a dĺžkou ℓ sa môže otáčať okolo vodorovnej osi O prechádzajúcej jej ťažiskom a kolmou na jej dĺžku (rovinu nákresu). Na dosku položíme malú guľôčku s hmotnosťou $m_2 \ll m_1$ a polomerom $r \ll \ell$ do vzdialenosti $0 < x_0 < \ell/2$ od osi.



Potom dosku s guľôčkou vychýlime z vodorovnej polohy o uhol φ_0 a uvoľníme. Po uvoľnení sa začne doska otáčať okolo osi O a guľôčka sa začne pohybovať po povrchu dosky valivým pohybom bez prešmykovania.

- Aký konečný stav guľôčky možno očakávať pre rôzne hodnoty začiatočnej výchylky φ_0 .
- Napište pohybové rovnice dosky a guľôčky pre premenné x a φ .

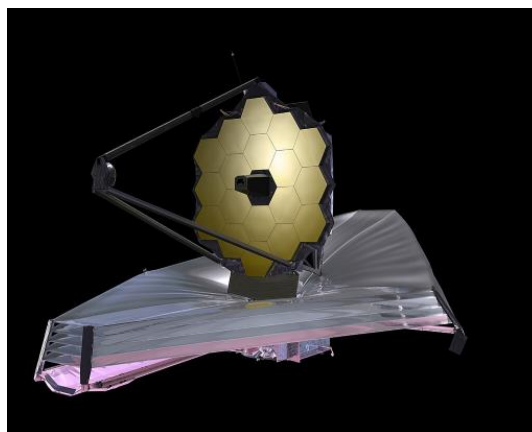
Možno očakávať, že pri vhodnej hodnote začiatočnej výchylky φ_0 sa bude guľôčka pohybovať periodickým pohybom okolo stredu O dosky.

- Zjednodušte pohybové rovnice dosky a guľôčky za predpokladu, že uhol $\varphi \ll 1$ rad a zotrvačné sily pôsobiace na guľôčku sú zanedbateľne malé.
- Dokážte, že guľôčka v prípade c) sa bude pohybovať okolo stredu dosky harmonickým pohybom a určte periódu T tohto pohybu.
- Pre danú hodnotu začiatočnej polohy guľôčky x_0 určte začiatočný uhol φ_0 vychýlenia dosky, aby bol pohyb guľôčky okolo stredu O harmonický.

Trenie v osi otáčania považujte za zanedbateľne malé. Pri malých uhloch $\varphi \ll 1$ rad platia približné vzťahy $\sin \varphi \approx \varphi \approx \tan \varphi$ a $\cos \varphi \approx 1$.

2. úloha - Webbov teleskop

25. decembra 2021 bol z kozmodrómu Kourou vo Francúzskej Guyane pomocou rakety Ariane 5 úspešne vypustený nový vesmírny ďalekohľad (obrázok), ktorý vznikol v medzinárodnej spolupráci. Ďalekohľad nesie meno Jamesa Webba, ktorý pracoval v rokoch 1961 – 1968 ako administrátor NASA a podieľal sa na programe Apollo. Ďalekohľad James Webb Space Telescope (JWST) je navrhnutý tak, aby poskytoval lepšie rozlíšenie a citlivosť v infračervenej oblasti spektra ako Hubbleov teleskop. V januári 2022 sa JWST dostal na miesto svojho trvalého umiestnenia. Keďže pre prevádzku vyžaduje teplotu okolo 50 K, poloha teleskopu vzhľadom na Zem zostáva prakticky nezmenená, pričom po celý čas sa nachádza v tieni Zeme.



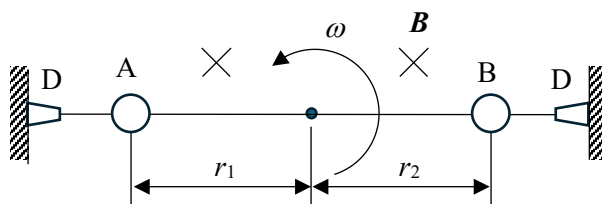
- Uvažujte sústavu Slnko – Zem bez účinku iných kozmických telies. Určte polomer r_z kružnicovej trajektórie stredu Zeme okolo hmotného stredu sústavy.
- Ak má byť ďalekohľad trvalo v tieni Zeme, musí sa nachádzať v bode na priamke Slnko–Zem. Určte vzdialenosť r tohto bodu od stredu Zeme.

Webbov teleskop je určený na pozorovanie veľmi vzdialených objektov. Zrkadlo teleskopu, zložené z 18 šesťuholníkových segmentov, má priemer $D = 6,5$ m, tzn. 2,7-krát väčší ako mal Hubbleov teleskop. Vďaka tomu má výrazne väčšiu citlivosť a rozlišovaciu schopnosť.

- Určte vlnovú dĺžku λ_1 , pre ktorú teleskop dosiahne rozlíšenie $\theta \approx 0,1''$ (uhlová sekunda). Pri akej vlnovej dĺžke λ_2 dosiahne toto rozlíšenie Hubbleov teleskop? Pre aké pásma elektromagnetického žiarenia sú oba teleskopy určené?

3. úloha - Rovnováha v magnetickom poli

Na napnutom tenkom izolačnom vlákne s dĺžkou L sa môžu voľne klzať dve rovnaké vodivé guľôčky A a B s hmotnosťami m – pozrite obrázok. Vlákno je upnuté v držiakoch D na otáčavom stole. Guľôčkam sa dodá rovnaký elektrický náboj q a stôl spolu s vláknom s guľôčkami sa začne otáčať s otáčkami n okolo osi, ktorá je na vlákno kolmá a prechádza jeho stredom. Vlákno s guľôčkami sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou $\mathbf{B}$, rovnobežnom s osou rotácie a opačného smeru, ako je smer vektora $\boldsymbol{\omega}$.



- Pri konštantných n otáčkach guľôčky môžu zaujať rovnovážnu polohu na vlákne, pričom sa nedotýkajú držiakov D. Dokážte, že rovnovážne polohy oboch guľôčok sú v rovnakej vzdialenosti r od osi otáčania, a určte túto vzdialenosť pre dané otáčky n .
- Zostrojte graf pre závislosť r od otáčok n pre hodnoty veličín: $q = 100$ nC, $m = 1,0$ μ g, $B = 5,0$ T. Z grafu posúďte, koľko rovnovážnych polôh existuje pre danú dĺžku L vlákna pre dané hodnoty.

- c) Odvodte vzťah pre minimálnu dĺžku L_m vlákna, pri ktorej možno pozorovať rovnovážne polohy guľôčok.
- d) Odvodte vzťah pre otáčky n sústavy, pri ktorých je rovnovážna poloha guľôčok vo vzdialenosti r od osi otáčania, a určte jej hodnotu pre dané hodnoty veličín. Určte otáčky n sústavy, pri ktorých nastane rovnovážna poloha guľôčok pre $r < L/2$, pre dĺžky vlákna $L_1 = 1,0$ m a $L_2 = 2,0$ m.

4. úloha - Slnko

Mnohé civilizácie zbožne hľadajú na Slnko, ako na darcu života na Zemi. Od gréckeho názvu $\eta\lambda\iota\omicron\varsigma$ – Hélios sú odvodené mnohé názvy, ako napr. *Hellas* – starogrécky názov Grécka, *hélium* – prvok objavený prvýkrát na Slnku, *héliocentrický systém* – Slnko je centrálnym telesom Slnčnej sústavy, atď. Počas celej histórie sa ľudia pokúšali zistiť o Slnku čo najviac informácií na základe pozemských pozorovaní.

Prvé seriózne odpovede sa získali až po objave Newtonových a Keplerových zákonov v 17. storočí.

- a) Prvou otázkou bolo určenie vzdialenosti d_{SZ} Zeme od Slnka. Prvé presnejšie odhady sa získali na základe metódy, ktorú navrhol Edmund Halley už v roku 1680, založenej na pozorovaní prechodu Venuše cez slnečný kotúč. Venuša a Zem obiehajú okolo Slnka po trajektóriách v rovine ekliptiky, ktoré môžeme považovať za kružnice. Meraním sa zistilo, že maximálny pozorovaný uhlový odklon Venuše od spojnice Zem–Slnko v rovnakom smere sa opakuje za čas $T_{V\ syn} = 584,9$ dňa (synodická doba obehu okolo Slnka). Prechod Venuše pozorovali na dvoch protihľých miestach na Zemi, pričom spojnica miest ležala v rovine ekliptiky a bola kolmá na spojnicu Zem–Slnko. Zistilo sa, že pozorovaný začiatok vstupu Venuše do slnečného kotúča sa časovo líšil o $\Delta t_V = 11' 26''$. Ďalej poznali dobu obehu Zeme okolo Slnka $T_Z = 365,26$ d a uhlový priemer Slnka $\varphi_S = 32'$.
S použitím uvedených hodnôt a Newtonovho gravitačného zákona určte vzdialenosť d_{SZ} , polomer R_S Slnka a hmotnosť M_S Slnka.
- b) Po odvodení Stefanovho-Boltzmannovho zákona v roku 1879 sa vedci rozhodli využiť ho na určenie teploty povrchu Slnka. Meraním intenzity slnečného žiarenia dopadajúceho zo Slnka na Zem zistili, že na 1 m^2 plochy kolmej na spojnicu S–Z dopadá zo Slnka za jednotku času žiarenie s energiou $Q = 1\,366\text{ J}$. Keďže časť žiarenia sa v atmosfére tlmí alebo sa od nej odráža, meranie sa uskutočnilo vo vysokej výške, kde je už vplyv atmosféry veľmi malý. Určte teplotu θ_S povrchu Slnka, ak predpokladáme, že vyžaruje ako dokonale čierne teleso. Určte celkový žiarivý výkon P_S vyžiarený Slnkom.
- c) Po odvodení Wienovho posuvného zákona v roku 1896 použili zákon na iné určenie teploty povrchu Slnka. Meraním sa zistilo, že spektrum žiarenia Slnka má maximum pri vlnovej dĺžke $\lambda_m = 501\text{ nm}$. Akej teplote zdroja žiarenia to zodpovedá? Porovnajte výsledok výpočtov b) a c) a vysvetlite prípadnú príčinu rozdielu.
- d) S objavom teórie relativity a kvantovej teórie sa postupne dospelo k odhaleniu zdroja energie Slnka. Základným zdrojom energie je protón–protónový cyklus, pri ktorom sa v troch fázach štyri protóny ^1H zlúčia na jadro hélia ^4He (alfa častica). Pomocou spektroskopie sa zistili hmotnosti protónu $m_p = 1,672\,621\,926 \times 10^{-27}\text{ kg}$ a alfa častice $m_\alpha = 6,644\,657\,345 \times 10^{-27}\text{ kg}$. Určte energiu E_γ v MeV, ktorá sa uvoľní pri tejto premene (energiu elektrónov a neutrín neuvažujte).
- e) Zistilo sa, že Slnko, čo do počtu, obsahuje 92,1 % atómov vodíka a 7,8 % atómov hélia, tzn., že vodík (protóny) predstavujú 72,32 % hmotnosti Slnka. V dôsledku vzniku hélia v jadre a gravitácie je v jadre k dispozícii vodíka iba $p_H = 35\%$ hmotnosti Slnka. Určte čas, za ktorý poklesne hmotnosť vodíka v jadre Slnka o $\Delta p = 10\%$.

5. úloha - Zrkadlenie na ceste

Existuje viacero javov, v ktorých sa prejavuje nehomogenita vzduchu vyvolaná gradientom teploty, tlaku alebo vlhkosti. Vieme, že pri normálnom tlaku $p_0 = 101 \text{ kPa}$ a normálnej teplote $t_0 = 0 \text{ °C}$ je index lomu vzduchu $n_0 = 1,00029$.

- a) Uveďte niekoľko príkladov z prírody alebo techniky (min. päť) optických javov, v ktorých sa prejavuje nehomogenita prostredia.



Jedným z javov je známe zrkadlenie vozovky spôsobené teplotným gradientom nad vozovkou, pozri obrázok.

Na svetelnej tabuli na diaľnici je za horúceho letného dňa informácia o teplote vzduchu 28 °C a teplota vozovky 45 °C . Predpokladajte, že vzduch tesne pri povrchu vozovky má mierne vyššiu teplotu $t_v = 38 \text{ °C}$ a teplota vzduchu sa mení až po hodnotu $t_a = 28 \text{ °C}$ vo výške $h_0 = 2,0 \text{ m}$. Od tejto výšky sa v dôsledku prúdenia teplota vzduchu už nemení. Predpokladajte, že prírastok indexu lomu vzduchu $\Delta n = n - 1$ je priamoúmerný hustote vzduchu.

- b) Predpokladajte, že slnečný lúč preniká k zemi pod uhlom α_0 vzhľadom na vodorovnú plochu vozovky pokrytej čiernym asfaltom. V nehomogénnom prostredí je lúč zakrivený. Odvoďte vzťah pre teplotu ako funkciu výšky nad vozovkou, pre ktorú má lúč tvar oblúku kružnice a zostrojte graf tejto funkcie. Napíšte vzťah pre polomer R .

Šofér, ktorého oči sú vo výške $H = 120 \text{ cm}$, ide proti Slnku a pozoruje na povrchu vozovky zrkadlenie, ktoré pripomína „mláky vody“.

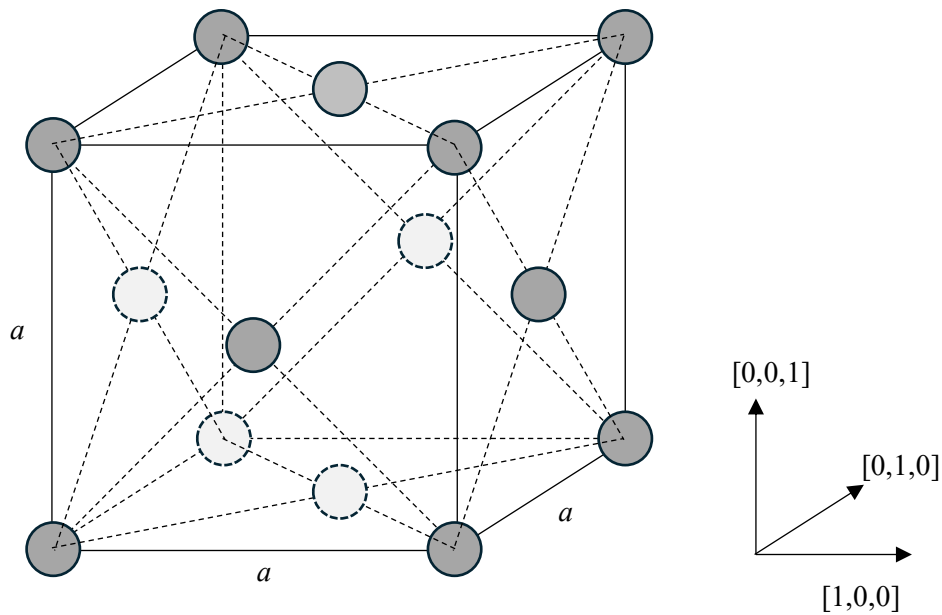
- c) Uvažujte výsledok časti b). Pod akým uhlom α_0 musí lúč dopadať na nehomogénnu vzduchovú vrstvu, aby vodič pozoroval zdanlivý odraz od vozovky. V akej vzdialenosti d pred sebou vodič pozoruje zrkadlenie.

6. úloha - Difrakcia elektrónov

V roku 1927 publikovali Davisson a Germer (výslovnosť Dejvison a Žermer) v časopise Physical Review svoj experiment, ktorým potvrdili de Broglieho hypotézu z roku 1924 o vlnovo-časticovej povahe hmoty.

V experimente použili monokryštál niklu, ktorý kryštalizuje v plošne centrovanej kubickej mriežke. Geometrické usporiadanie atómov ukazuje základná bunka (obrázok), ktorá má 8 atómov vo vrcholoch kocky a 6 atómov v stredoch stien kocky.

- a) Niektoré atómy základnej bunky sú spoločné viacerým susedným bunkám kryštálu. Určte počet n atómov, ktorými prispieva jedna bunka ku kryštálu. S použitím známej hustoty ρ a molárnej hmotnosti M_m niklu určte mriežkovú konštantu a základnej bunky (dĺžku hrany kocky).



Kubická plošne centrovaná mriežka - FCC

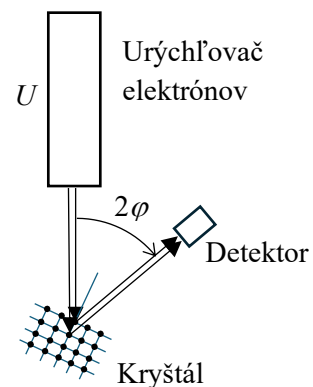
V kryštáli sú definované základné smery znázornené na obrázku. Atómy kryštálu možno usporiadať do sústavy rovnobežných kryštalografických rovín.

- b) Určte vzájomnú vzdialenosť a_1 kryštalografických rovín kolmých na smer $[0,1,0]$, vzdialenosť a_2 rovín kolmých na smer $[1,1,0]$ a vzdialenosť a_3 rovín kolmých na smer $[1,1,1]$ v monokryštáli Ni.

Ak dopadá na rovinný povrch monokryštálu röntgenové žiarenie, dochádza k absorpcii žiarenia jednotlivými atómami a okamžitému vyžiareniu v náhodnom smere. Odraz môžeme interpretovať ako odraz od jednotlivých kryštalografických rovín. V odrazenom žiarení pozorujeme maximum, ak žiarenie odrazené od série rovnobežných rovín je konštruktívne, tzn. s fázovým posunutím o násobok 2π rad. Vzniká tak röntgenový difraktogram, ktorý umožňuje študovať danú kryštalografickú štruktúru.

Ak sa elektrónový zväzok správa ako vlnenie, musí pri odraze od povrchu monokryštálu vzniknúť podobný difrakčný obrazec ako v prípade röntgenového žiarenia.

Pre jednoduchosť uvažujme monokryštál s jednoduchou kubickou mriežkou a povrchom v rovine kolmej na smer $[0,0,1]$. Na povrch kryštálu dopadá zväzok elektrónov urýchlených napätím U pod uhlom φ vzhľadom na kolmicu k povrchu. Symetricky pod uhlom φ je detektor, ktorý zachytáva odrazené elektróny, pozri obrázok.



- c) Určte urýchľovacie napätie U , pri ktorom je signál detektora v dôsledku difrakcie elektrónov na kryštálovej mriežke maximálny.
- d) Davisson a Germer použili roviny kryštálu so vzájomnou vzdialenosťou $d = 0,092 \text{ nm}$ a uhol $\varphi = 25^\circ$. Aké napätia U_1 a U_2 zodpovedajú prvému a druhému maximu odrazeného zväzku elektrónov.

7. úloha - Meranie tiažového zrýchlenia – experimentálna úloha

Na veľmi presné meranie tiažového zrýchlenia sa používalo reverzné kyvadlo. Ide o fyzikálne kyvadlo, ktoré má dve rovnobežné osi kmitania s rovnakou dobou kmitu, umiestnené nesymetricky na opačných stranách od ťažiska, pričom ťažisko sa nachádza v rovine určenej obidvoma osami.

Ako fyzikálne kyvadlo použite drevenú latku s dĺžkou približne 1 m. Pozdĺž latky vyvrtajte rad malých otvorov vzdialených približne 5 cm, do ktorých budete postupne zasúvať tenkú kovovú osku.

- Vhodnou metódou určte polohu ťažiska latky.
- Zmerajte čo najpresnejšie dobu kmitu kyvadla pre jednotlivé polohy osky, výsledky zapíšte do prehľadnej tabuľky a zakreslite graf závislosti doby kmitu T od vzdialenosti a osi otáčania od ťažiska.
- Výsledky merania porovnajte s teoretickým vzťahom pre dobu kmitu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J + ma^2}{mga}}, \quad (1)$$

kde J je moment zotrvačnosti latky vzhľadom na os kolmú na latku a prechádzajúcu ťažiskom (pre tenkú homogénnu tyč s dĺžkou l , veľmi malými priečnymi rozmermi a hmotnosťou m je $J = (1/12) m l^2$).

- S použitím vzťahu (1) dokažte, že ak zvolíme dvojicu osí podľa definície reverzného kyvadla s rôznymi vzdialenosťami a_1 a a_2 od ťažiska, je doba kmitu daná vzťahom

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{g}}, \quad (2)$$

kde $D = a_1 + a_2$ je vzdialenosť obidvoch osí.

- Pre vhodne zvolenú dobu kmitu T určte z grafu zodpovedajúcu vzdialenosť osí D a vypočítajte tiažové zrýchlenie g . Postup opakujte pre päť rôznych dôb kmitu.
- Určte presnosť určenia tiažového zrýchlenia použitou metódou. Navrhnite spôsob ako sa dá presnosť určenia tiažového zrýchlenia metódou reverzného kyvadla zvýšiť (využite skutočnosť, že vo vzťahu (2) sa nevyskytuje moment zotrvačnosti J).

Fyzikálna olympiáda – 67. ročník – úlohy domácej prípravy kat. A

Návrh a spracovanie úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp

Recenzia úloh: Aba Teleki, Lubomír Mucha

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025