

TEORETICKÝ RÁMEC TESTOVANIA

MATEMATICKÁ GRAMOTNOSŤ



1. cyklus ZŠ

ÚVOD

Zavedenie nového konceptu kritériálneho testovania do praxe základných škôl umožní detailnejší pohľad na výkony žiakov z hľadiska ich individuálneho výkonu bez ohľadu na celkový výkon testovanej vzorky. Hlavným cieľom kritériálneho testovania (inak aj testy absolútneho výkonu) je určiť úroveň testovaného žiaka vo vzťahu k súboru testových položiek z vybranej obsahovej oblasti, a to takým spôsobom, ktorý umožní urobiť záver o vzdelávacích úspechoch testovaného žiaka. Pozornosť je teda zameraná na absolútny výkon žiakov s dôrazom na identifikovanie ich slabých a silných stránok vo vzťahu k testovanému obsahu. Prostredníctvom testu absolútneho výkonu je možné odpovedať na otázku, či a ako žiaci zvládli presne vymedzené učivo, resp. do akej miery naplnili požiadavky štandardu a či dosiahli tzv. hraničné skóre.

V zmysle metodiky kritériálneho testovania je základným východiskom tvorby testovacieho nástroja a následného vyhodnocovania výkonu žiaka **teoretický rámec testovania**. Vymedzenie rámca je v priamom prepojení na štátny vzdelávací program, ktorý je nositeľom cieľov vzdelávania, obsahu a vzdelávacích štandardov.

1. Definícia matematickej gramotnosti

Cieľom matematického vzdelávania je vytvoriť veku a schopnostiam primerané podmienky na dosiahnutie **rozvinutej matematickej gramotnosti**, ďalších doménových gramotností a prierezových spôsobilostí žiakov. **Cieľom matematického vzdelávania na základnej škole** je, aby žiak chápal a používal matematiku a jej reč ako užitočný nástroj na riešenie problémov jednotlivcov aj spoločnosti, na rozvíjanie kritického myslenia a kultiváciu komunikácie. Vyučovanie matematiky sa primárne zameriava na vytváranie príležitostí na rozvíjanie matematických zručností založených na aktívnom získavaní skúseností, objavovaní, overovaní a zovšeobecňovaní v kontexte matematického obsahu. Rozumieť matematike znamená chápať pojmy, vzťahy a postupy, ktoré žiakom umožňujú riešiť problémy reálneho života, pričom žiaci dokážu o nich diskutovať, dokážu navrhovať a zdôvodňovať riešenia problémov na úrovni primeranej veku a rešpektujúcej potreby a potenciál žiakov. Základným pilierom matematického vzdelávania na základnej škole je preto model pozostávajúci z postupnosti: aktivita – skúsenosť – poznatok.¹

Cieľom vyučovania matematiky je rozvíjať matematické myslenie na riešenie problémov reálneho života. Prostriedkami rozvoja matematického myslenia sú matematické poznatky (pojmy, vzťahy a postupy) a matematické činnosti (používanie matematických reprezentácií, matematického modelovania a osvojenie si matematickej komunikácie). Matematika pri riešení problémov rozvíja tiež kritické myslenie žiakov založené na osobnostných, postojoyých a poznávacích schopnostiach.²

Na základe deklarovaných cieľov matematického vzdelávania možno pre potreby teoretického rámca testovania **matematickú gramotnosť definovať ako** súbor zručností, schopností a znalostí, ktoré umožňujú rozoznať matematickú podstatu problémov a riešiť ich pomocou matematiky; kriticky uvažovať a logicky zdôvodňovať; porozumieť a vyjadriť podstatu problému, diskutovať o probléme; navrhnúť stratégiu riešenia problému; riešiť problém pomocou nástrojov matematiky a interpretovať riešenie problému; stanoviť/vysvetliť

¹ [Východiská zmien v kurikule základného vzdelávania](#)

² [Východiská zmien v kurikule základného vzdelávania](#)

podmienky alebo hranice platnosti výsledkov a záverov; riešiť potreby jednotlivca ako konštruktívneho, zainteresovaného a reflektujúceho člena spoločnosti³. Matematicky gramotný jedinec disponuje kompetenciami, akými sú schopnosť komunikácie v matematike, schopnosť matematizácie, schopnosť používania vhodných reprezentácií, schopnosť logického uvažovania a argumentácie, schopnosť navrhnúť stratégiu riešenia problému, schopnosť používať symbolický matematický jazyk a schopnosť používať matematické nástroje pri riešení problémov.

2. Ciele matematického vzdelávania pre 1. cyklus

Hlavným cieľom 1. cyklu matematického vzdelávania je, aby žiaci nadobudli **matematickú gramotnosť na elementárnej úrovni**, teda mali osvojený základný matematický obsah, aktivované prvotné matematické kompetencie, vytvorené základy matematických praktík, matematickej identity a pozitívneho obrazu o význame matematiky.

Ciele vzdelávania:

1. Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh.
2. Orientovať sa v jednoduchej tabuľke a grafe a používať ich pri riešení aplikačných úloh zameraných na vyhľadávanie, zber, zaznamenávanie, triedenie, usporiadanie a interpretáciu údajov.
3. Objavovať, opísať a aplikovať jednoduché pravidlá, závislosti a vzťahy.
4. Rozlišovať jednoduché rovinné a priestorové geometrické útvary, opisovať ich významné prvky a vlastnosti, triediť, skladať a rozkladať ich.
5. Orientovať sa v rovine a v priestore, riešiť jednoduché polohové a metrické geometrické úlohy.
6. Tvoriť jednoduché reprezentácie matematických pojmov a vzťahov, používať ich pri riešení problémov, veku primerane používať jednoduchý matematický jazyk.
7. Používať priame logické úsudky a riešiť problémy v situáciách a kontexte svojho individuálneho života.⁴

V rámci matematickej gramotnosti sa žiaci učia rozoznávať matematickú podstatu problémov a riešiť ich pomocou matematiky. Úroveň matematickej gramotnosti je závislá od úrovne osvojenia si matematického obsahu a úrovne zvládnutia matematických praktík, ktoré zahŕňajú schopnosť komunikácie v matematike, schopnosť matematizácie, schopnosť používania vhodných reprezentácií, schopnosť logického uvažovania a argumentácie, schopnosť navrhnúť stratégiu riešenia problému, schopnosť používať symbolický matematický jazyk a schopnosť používať matematické nástroje pri riešení problémov.

Na konci 1. cyklu žiak rozoznáva jednoduché matematické situácie v explicitných situáciách a známych kontextoch, interpretuje ich, používa priame logické úsudky pri ich riešení. Pozná elementárne matematické pojmy, objavuje jednoduché vzťahy medzi nimi, rozumie a rutinne používa základné algoritmy a postupy. Pri riešení úloh využíva jednoduché spôsoby znázornenia, dokáže ich vysvetliť, používa jednoduché matematické symboly a diskutuje o použitých metódach riešenia úloh.

³ [Vymedzenie gramotnosti a ich gradačná úroveň](#)

⁴ [Digitálny štátny vzdelávací program 2023](#)

3. Teoretický rámec testovania

Teoretický rámec testovania je nevyhnutným komponentom pre potreby vytvorenia testovacích nástrojov. Zjednodušene možno povedať, že ide o súbor pojmov, princípov a štruktúr, ktoré poskytujú základ na definovanie úrovne určitej oblasti ľudskej činnosti s prihliadnutím na jej špecifiká. Teoretický rámec testovania pomáha usporiadať a definovať kľúčové pojmy, ktoré sú predmetom testovania so zámerom správnej interpretácie nameraných výsledkov. Je vytvorený v dôsledku potreby detailnej identifikácie každej úlohy, ktorá je do testovacieho nástroja zaradená.

Teoretický rámec testovania bol vytvorený v súlade so štátnym vzdelávacím programom z roku 2023 a inšpirovaný modelom teoretického rámca medzinárodnej štúdie OECD PISA (Programme for International Student Assessment) a VERA, ktorý je využívaný v Nemecku.

Teoretický rámec testovania matematickej gramotnosti pre 1. cyklus je tvorený tromi nezávislými doménami:

- 1. Matematický obsah**
- 2. Rozsah požiadaviek**
- 3. Kompetencie**

Matematický obsah⁵ – je tvorený tromi obsahovými komponentmi.

Čísla a operácie s číslami	Závislosti, vzťahy a práca s údajmi	Geometria
Obsahový komponent Čísla a operácie s číslami je zameraný na vytváranie a rozvíjanie predstavy žiakov o prirodzených číslach a ich význame a osvojovanie si skúsenosti s riešením úloh s prirodzenými číslami; chápanie jednoduchých aritmetických operácií s prirodzenými číslami, porozumenie vlastnostiam operácií a nadobúdanie skúsenosti s použitím operácií pri riešení matematických úloh.	Obsahový komponent Závislosti, vzťahy a práca s údajmi je zameraný na rozvíjanie schopnosti pozorovať, objaviť a opísať pravidlo jednoduchej postupnosti a závislosti; vyhľadať a triediť údaje podľa rôznych kritérií; rozumieť rôznym záznamom údajov, vedieť doplniť jednoduché tabuľky, schémy a postupnosti; rozumieť jednoduchým kombinatorickým situáciám a vedieť ich riešiť, používať organizačný princíp pri hľadaní počtu možností, poznať jednoduché reprezentácie kombinatorických situácií.	Obsahový komponent Geometria je zameraný na rozvoj geometrického uvažovania prostredníctvom manipulačných činností a nadobúdanie skúseností s geometrickými pojmami v prirodzenom prostredí.
– Prirodzené čísla v obore do 10 000 – Sčítanie a odčítanie prirodzených čísel v obore do 1 000 – Násobenie a delenie prirodzených čísel v obore do 100 – Číselné výrazy v riešení úloh	– Základy práce so vzormi a postupnosťami – Základy práce s jednoduchými závislosťami a vzťahmi – Základy riešenia jednoduchých kombinatorických situácií – Pozorovanie jednoduchých pravdepodobnostných situácií – Základy práce s údajmi	– Orientácia v rovine a priestore – Základy skúmania geometrických útvarov v rovine – Základy skúmania geometrických útvarov v priestore – Jednoduché postupy merania a určovania miery – Základy skúmania a tvorby súmerných útvarov

⁵ [Východiská zmien v kurikule základného vzdelávania](#) a [Digitálny štátny vzdelávací program 2023](#)

Rozsah požiadaviek - deklaruje charakteristickú vlastnosť každej úlohy s akcentom na jej kognitívnu náročnosť. Pre potreby gradácie úrovne jednotlivých úloh zaradených do testovacích nástrojov možno rozsah požiadaviek sledovať naprieč týmito úrovňami:

- **základné porozumenie** matematickým pojmom,
- **reprodukcia a priame použitie** základných pojmov, tvrdení a postupov v jednej oblasti matematiky a kontexte, z ktorého **je zrejmé, ktorý pojem, metódu, algoritmus má žiak použiť**,
- vykonávať rutinné postupy **podľa priamych pokynov** v explicitných situáciách – úloha obsahuje **presné pomenovanie algoritmu** (pojmu) nutného na jej riešenie,
- schopnosť **určiť, ktorý pojem, metódu, algoritmus má žiak použiť** pri riešení úlohy – úloha neobsahuje presné pomenovanie matematického aparátu nutného na jej riešenie,
- schopnosť prepojenia rôznych oblastí matematiky **v rámci rôznych obsahových komponentov** – vykonávanie výpočtov, procedúr, riešenie úloh, ktoré si vyžadujú prepojenie viacerých známych tematických celkov,
- spojenie viacerých metód, postupov, výpočtových algoritmov,
- **úloha si vyžaduje vytvoriť plán činnosti**,
- úlohy sú charakterizované **potrebou posúdenia, hodnotenia pravdivosti**,
- **riešenie problémových situácií**,
- nadobudnuté vedomosti je žiak schopný použiť na riešenie úloh, kde z **kontextu nie je automaticky zrejmé**, ktoré matematické vedomosti (ktorý tematický celok) je nutné použiť,
- úlohy s **prebytočnou, resp. chýbajúcou informáciou**,
- porozumieť matematickým pojmom a používať ich v kontextoch, **ktoré sa líšia** od tých, v ktorých boli osvojené a precvičené, napr. nepriamo formulované úlohy.

Kompetencie - prostredníctvom vytvorených testovacích nástrojov sú sledované tieto kompetencie (matematické praktiky - proces nadobúdania a rozvíjania rozumových schopností, matematických skúseností, poznatkov a praktických zručností užitočných pri riešení problémov⁶).

Argumentácia	Komunikácia	Symbolický jazyk a reprezentácia	Modelovanie a matematizácia	Nástroje a pomôcky
– posúdiť správnosť jednotlivých výpočtových procedúr a algoritmov, – na základe osvojených vedomostí, resp. jednoduchých kritérií rozhodnúť o príslušnosti prvku, resp. objektu k určitej množine, – uvádzať konkrétne príklady na základe platných tvrdení, – posúdiť správnosť postupov riešenia úloh, – sformulovať svoje myšlienky s použitím správnych matematických pojmov v logickej nadväznosti, – posúdiť relevantnosť výsledkov vzhľadom na kontext úlohy, – zdôvodniť pravdivosť alebo nepravdivosť tvrdenia,	– zapamätať si, vybaviť si a rozpoznať vedomosti a jednotlivé druhy poznatkov z dlhodobej pamäti, – porozumieť, vyjadriť ústne a písomne jednoduchý matematický obsah, nie je nutné použitie matematickej terminológie, – porozumieť, vyjadriť ústne a písomne zložitejší matematický obsah, pričom je nutná matematická terminológia, – aplikovať určitý postup, preukázať schopnosť zmysluplne použiť zovšeobecnenia v konkrétnych situáciách, – zrozumiteľne sprostredkovať a interpretovať úvahy, riešenia alebo výsledky,	– pracovať so základnými vzorcami v podobe, ako sú dané, – čítať s porozumením text obsahujúci matematické symboly a znaky, – rozpoznať a rozumieť štandardným reprezentáciám matematických objektov, – nájsť informácie z jednoduchých grafov, tabuliek, textov, obrázkov, – zapísať svoje myšlienky v logickej nadväznosti pomocou matematických symbolov a znakov, – pracovať s výrokmi a výrazmi obsahujúcimi symboly, – zvoliť si a použiť reprezentáciu matematických objektov, – prepojiť, nájsť súvislosti v údajoch z rôznych reprezentácií a modelov,	– rozpoznať, vybaviť si a využívať známe modely, – previesť známe modely (a ich výsledky) do reality a naopak a interpretovať výsledky známeho modelu, – rozpoznať, vybaviť si a využívať modely, ktoré nie sú pre žiakov bežné, – pracovať s modelmi komplexných konkrétnych situácií, – vybrať/vytvoriť vhodný matematický model, – overovať výsledný model, posudzovať model na základe jeho analýzy a kritického zhodnotenia, – spojiť použitie viacerých známych modelov, – previesť zložitejšie modely (a ich výsledky) do reality a naopak	– poznať a používať bežné pomôcky a nástroje v takých kontextoch a situáciách a takými spôsobmi, ktoré sú blízke tým, v ktorých bolo používanie týchto pomôcok a nástrojov zavedené a precvičené, – poznať a používať bežné pomôcky a nástroje v takých kontextoch a situáciách a takými spôsobmi, ktoré sa líšia od tých, v ktorých bolo používanie týchto pomôcok a nástrojov zavedené a precvičené, – spojiť použitie viacerých pomôcok a nástrojov na vyriešenie daného problému, – používať rôzne menej známe pomôcky a nástroje na základe návodov, resp. inštrukcií,

⁶ [Východiská zmien v kurikule základného vzdelávania](#)

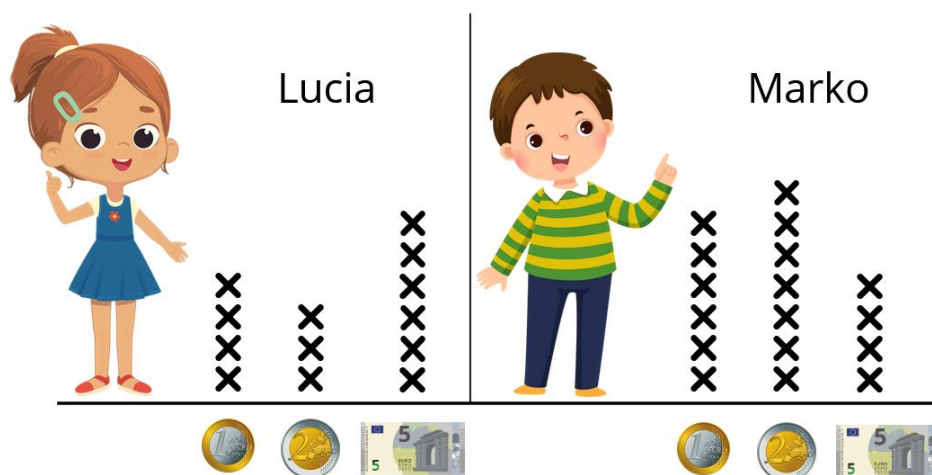
– sledovať, posudzovať a samostatne vytvárať reťazce matematických argumentov, – objektívne posúdiť možné riešenia problému na základe argumentov (vlastných aj cudzích), – na základe objaveného kritéria rozhodnúť o príslušnosti prvku, resp. objektu k určitej množine.	– porozumieť, ústne a písomne prezentovať zložitý matematický obsah, – urobiť rozbor matematického obsahu, ktorý sa týka vzájomných vzťahov a porozumieť písomným vyjadreniam o ňom, – rozlíšiť podstatné a nepodstatné údaje v matematickom obsahu, – posúdiť pravdivosť vyhlásení týkajúcich sa matematického obsahu, – vyjadriť správne zložitý matematický obsah, pričom je nutná matematická terminológia.	– zaobchádzať so zložitými výrokmi a výrazmi alebo s neznámym symbolickým či formálnym jazykom, porozumieť tomuto jazyku a prekladať z tohto jazyka do prirodzeného jazyka, – prepojiť, nájsť súvislosti v údajoch zo zložitých reprezentácií a modelov, – porozumieť, tvorivo kombinovať a vytvárať neštandardné reprezentácie, – zvoliť si niektorú z rôznych foriem reprezentácie, prevádzať a rozlišovať medzi rôznymi formami reprezentácie, – vytvoriť jednoduché interpretácie údajov, systematické usporiadania údajov, jednoduché štatistické súbory, grafy, tabuľky, piktogramy.	a interpretovať výsledky tohto modelu.	– uvedomiť si hranice možností pomôcok a nástrojov, – posúdiť vhodnosť použitia pomôcok a nástrojov na riešenie daného problému.
---	---	--	---	---

Uvedený teoretický rámec testovania je všeobecný, pred každým meraním bude zverejnená podrobnejšia **špecifikácia pripravovaného testu.**

4. Ukážka úlohy z matematickej gramotnosti pre 1. cyklus

Úloha

Lucia a Marko si do pokladničky sporili na bicykel. V pokladničke mali len 1-eurové, 2-eurové mince a 5-eurové bankovky. Počet mincí a bankoviek si zaznačili nasledovne.



Legenda: X = 1 kus

Koľkokrát viac eur má v minciach Marko ako Lucia?

Správna odpoveď: 2

Charakteristika úlohy

Obsahová štruktúra úlohy	Matematická gramotnosť
Cyklus	1.
Cieľ matematického vzdelávania	Používať prirodzené čísla, operácie s prirodzenými číslami a ich vlastnosti na riešenie jednoduchých aplikačných a kontextových úloh. Orientovať sa v grafe a používať ich pri riešení aplikačných úloh zameraných na vyhľadávanie, zaznamenávanie, triedenie, usporiadanie a interpretáciu údajov.
Komponent	Čísla a operácie s číslami Závislosti, vzťahy a práca s údajmi
Výkonový štandard	Vykonávať násobenie a delenie v obore do 100 aj mimo oboru násobilky využitím algoritmov, vlastností operácií a vzťahov medzi nimi. Žiak vie používať grafy na triedenie, usporiadanie a správnu interpretáciu údajov v reálnom živote a v aplikačných úlohách.
Obsahový štandard	Násobenie a delenie prirodzených čísel v obore do 100 Základy práce s údajmi

Matematické praktiky		– znalosť a využívanie rôznych reprezentácií násobenia a delenia, – používanie násobenia a delenia pri riešení matematických úloh; používanie vzťahov medzi operáciami pri zjednodušovaní a optimalizácii výpočtov, – čítanie a zapisovanie násobenia a delenia; používanie symbolických znakov násobenia a delenia; identifikovanie a zdôvodnenie použitia násobenia a delenia v obore do 100 pri riešení jednoduchých úloh a interpretovanie výsledkov, – používanie rôznych reprezentácií údajov (graf) a orientácia v nich, – používanie grafu ako nástroja na riešenie aplikačných úloh s kvantitatívnymi aj kvalitatívnymi údajmi v rôznych oblastiach života, – interpretovanie údajov v konkrétnych kontextoch a situáciách; diskutovanie o riešení jednoduchých aplikačných úloh s údajmi.
Typ úlohy		Úloha s tvorbou krátkej odpovede
Bloomova taxonómia		Analyzovať konceptuálne poznatky
Zaradenie podľa teoretického rámca testovania	Matematický obsah	Čísla a operácie s číslami Násobenie a delenie prirodzených čísel v obore do 100 Závislosti, vzťahy a práca s údajmi Základy práce s údajmi
	Rozsah požiadaviek	– schopnosť prepojenia rôznych oblastí matematiky v rámci rôznych obsahových komponentov – vykonávanie výpočtov, procedúr, riešenie úloh, ktoré si vyžadujú prepojenie viacerých známych tematických celkov
	Kompetencie	– sformulovať svoje myšlienky s použitím správnych matematických pojmov v logickej nadväznosti , – porozumieť , vyjadriť písomne zložitejší matematický obsah, pričom je nutná matematická terminológia , – rozpoznať a rozumieť štandardným reprezentáciám matematických objektov, – nájsť informácie z grafov, tabuliek, textov, obrázkov, – zapísať svoje myšlienky v logickej nadväznosti pomocou matematických symbolov a znakov, – rozpoznať, vybaviť si a využívať modely , ktoré nie sú pre žiakov bežné .
Predpokladaný čas riešenia		4 minúty
Popis k úlohe		Aplikačná úloha je zameraná na násobenie prirodzených čísel v obore násobilky do 100 s nutnosťou identifikovania potrebných informácií z grafu. Žiak musí rozumieť základným matematickým pojmom, aby dokázal identifikovať, ktorú aritmetickú operáciu na výpočet danej úlohy potrebuje. Riešenie úlohy je viackrokové. Žiak musí z grafu identifikovať početnosť 1-eurových a 2-eurových mincí, čo využije na výpočet nasporenej sumy každého dieťaťa v minciach. Následne žiak určí, koľkokrát viac eur má v minciach jedno z detí. Žiak pracuje s textom súvislým aj s textom nesúvislým, pričom využíva základné matematické pojmy. V prípade nesúvislého textu pracuje žiak s grafom, ktorý nemá štandardné stvárnenie. Zo strany žiaka je potrebné danú situáciu analyzovať z pohľadu potrebných (počet mincí) a nepotrebných informácií (počet bankoviek) na vyriešenie danej aplikačnej úlohy.