

---

# MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2022/2023

## Zadania úloh krajského kola kategórie C

---

**1** Žiak si známkou z poslednej päťminútovky zlepšil celkový priemer z 2,6 na 2,5. Koľko päťminútoviek celkom písal? Určte všetky možnosti. (Možné známky sú 1, 2, 3, 4, 5.)

**2** Nech reálne čísla  $a, b, c$  sú také, že platí  $a + b + c = 1$ . Dokážte, že

$$(a + bc)(b + ca)(c + ab) \geq 0,$$

a určte všetky trojice  $(a, b, c)$ , pre ktoré je tento súčin rovný 0.

**3** V pravidelnom päťuholníku  $ABCDE$  označme  $F$  priesečník uhlopriečok  $AC, BE$  a  $G$  priesečník predĺžených strán  $EA, CB$ . Ktorý zo štvoruholníkov  $CDEF$  a  $AFBG$  má väčší obsah?

**4** Štyri navzájom rôzne prvočísla  $p, q, r, s$  spĺňajú rovnosť

$$72 + p = q \cdot r \cdot s.$$

Určte najmenšiu možnú hodnotu  $p$ .

---

Krajské kolo MO kategórie C sa koná v **utorok 4. apríla 2023** so začiatkom najneskôr o **10:00**. Súťažiaci majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 6 bodov. Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 10 alebo viac bodov. Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Riešenia úloh budú v deň súťaže od 14:30 dostupné na internetových adresách [www.olympiady.sk](http://www.olympiady.sk) a [skmo.sk](http://skmo.sk).

---

Vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže