
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

Zadania úloh 2. časti celoštátneho kola kategórie A

4 V konvexnom štvoruholníku $ABCD$ platí $|AB| = |BC| = |CD|$. Označme P priesečník jeho uhlopriečok a O, Q stredy kružníc opísaných postupne trojuholníkom APB a DPC . Dokážte, že štvoruholník $OBCQ$ je rovnobežník.

5 Nájdite všetky celé čísla n , pre ktoré je číslo

$$2^n + n^2$$

druhou mocninou nejakého celého čísla.

6 Pri pokuse o kolonizáciu Marsu zaplavilo ľudstvo slnečnú sústavu 50 satelitmi, ktoré medzi sebou vytvorili 225 komunikačných línií (každá línia existuje medzi jednou dvojicou satelitov a žiadne dva satelity medzi sebou nemajú viac ako jednu líniu). Hovoríme, že trojica satelitov je *prepojená*, ak aspoň jeden z nich má vytvorené komunikačné línie s oboma ostatnými satelitmi. Určte najmenší a najväčší možný počet prepojených trojíc satelitov.

2. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **utorok 22. marca 2022** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Vydali: Slovenská komisia MO a IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže
