
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2021/2022

Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A

- 1 Egy papírra egymás mellé 71 nullától különböző valós szám van leírva. Fennáll, hogy az első és az utolsó szám kivételével minden szám a szomszédos számok szorzatától 1-gyel kisebb. Bizonyítsd be, hogy az első és az utolsó szám egyenlők!
- 2 Egy d természetes számot *igazságosnak* hívunk, ha azon 2021-számjegyű palindromok száma, amelyek d többszörösei, ugyanannyi, mint a 2022-számjegyű palindromok száma, amelyek d többszörösei. Döntsd el, hogy a $\{1, 2, \dots, 35\}$ halmazban igazságos számból van-e több, vagy azokból, amelyek nem igazságosak!
(Palindromnak azt a természetes számot hívjuk, amelynek tízes számrendszerbeli alakja balról jobbra olvasva ugyanaz, mint jobbról balra olvasva.)
- 3 Egy hegyesszögű, különböző oldalú ABC háromszögben legyen M a BC oldal középpontja, N pedig a körülírt körön fekvő BAC körív középpontja. Továbbá, jelölje l a BC átmérőjű kört, D és E az l körvonal metszéspontjait a BAC szög tengelyével. Az F és G pontok az l körvonalra illeszkednek úgy, hogy a $DEFG$ négyszög téglalap (esetleg négyzet). Bizonyítsd be, hogy az F , G , M , N pontok egy körvonalra illeszkednek!

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 21. marca 2022** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovoľené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

Vydali: Slovenská komisia MO a IUVENTA – Slovenský inštitút mládeže
