
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A (maďarská verzia)

1 Az a, b, c, d valós számokra fennáll, hogy

$$a + b + c + d = 0$$

és

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 0.$$

Határozzuk meg, hogy az

$$ab = cd,$$

$$ac = bd,$$

$$ad = bc$$

egyenlőségek közül egyszerre mennyi teljesülhet.

2 Keressük meg a legnagyobb n egész számot a következő tulajdonsággal: Ha adott a síkban öt egymástól különböző pont úgy, hogy valamelyik kettő a maradék három által meghatározott háromszög belsejében fekszik, akkor az adott öt pont közül három megjelölhető az X, Y, Z jelölésekkel úgy, hogy fennáll: $n^\circ < |\sphericalangle XYZ| \leq 180^\circ$.

3 Legyen p az a legnagyobb prímszám, amely osztja a természetes n számot, ahol $n > 1$. Az n szám osztóinak halmazából képzett összes nemüres részhalmazhoz hozzáírjuk az elemeinek összegét. Tegyük fel, hogy így a $\{1, 2, \dots, p + 2\}$ halmazból több, mint p számot írtunk fel és egy számot sem írtunk fel többször belőle. Bizonyítsuk be, hogy egyetlen szám sincs felírva többször.

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 17. marca 2025** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
 - preklad: Štefan Gyürki
-