
MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Zadania úloh 1. časti celoštátneho kola kategórie A

1 Pre reálne čísla a, b, c, d platí

$$a + b + c + d = 0$$

a

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 0.$$

Koľko z rovností

$$ab = cd,$$

$$ac = bd,$$

$$ad = bc$$

môže súčasne platiť?

2 Nájdite najväčšie celé číslo n s nasledujúcou vlastnosťou: Kedykoľvek je v rovine daných päť navzájom rôznych bodov tak, že niektoré dva z nich ležia vo vnútri trojuholníka tvoreného zvyšnými tromi bodmi, je možné niektoré tri z týchto piatich bodov označiť X, Y, Z tak, že platí $n^\circ < |\sphericalangle XYZ| \leq 180^\circ$.

3 Nech p je najväčšie prvočíslo deliace prirodzené číslo n , kde $n > 1$. Pre každú neprázdnu podmnožinu deliteľov čísla n napíšeme súčet jej prvkov. Predpokladajme, že sme takto napísali viac ako p čísel z množiny $\{1, 2, \dots, p+2\}$ a žiadne číslo z tejto množiny sme nenapísali viackrát. Dokážte, že žiadne číslo sme nenapísali viackrát.

1. časť celoštátneho kola MO kategórie A sa koná v **pondelok 17. marca 2025** od **8:30** do **13:00**. Súťažiaci teda majú na riešenie úloh 4,5 hodiny čistého času.

Za každú úlohu môže súťažiaci získať 7 bodov.

Počas súťaže nie je dovolené použiť kalkulačky ani žiadne iné elektronické prístroje a žiadne písomné materiály.

- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - recenzenti: Peter Novotný, Stanislav Krajčí
 - preklad: Peter Novotný
-