66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
domáce kolo kategória D
text úloh

1. Indul a vonat

Egy utas a váróteremben várta a vonatot. A váróterem ablaka a peronra nézett. Az első peronon egy tehervonat állt indulásra készen. Az időt azzal töltötte, hogy a vonatot figyelte. Észrevette, hogy a mozdony azonosítója 386 040 - 0, és a teljesen megrakott kocsik az Eas 5947 jelölést viselték (lásd a D–1 ábrát).

D–1 ábra

Nála volt az okostelefonja, az interneten keresett információkat a mozdony paramétereiről, és a következőket találta: a mozdony hossza $\ell_{\mathrm{L}} = 18{,}9\ \mathrm{m}$, tömege $m_{\mathrm{L}} = 85\ \mathrm{t}$, kerekének sugara $R_{\mathrm{L}} = 625\ \mathrm{mm}$, a maximális vonóereje $F_{\mathrm{Lmax}} = 300\ \mathrm{kN}$, maximális tartós teljesítménye $P_{\mathrm{Lmax}} = 5{,}6\ \mathrm{MW}$.

A vagonok paraméterei: egy teljesen megrakott vagon maximális tömege $m_{\mathrm{V}} = 80\ \mathrm{t}$, a vagon két végén levő ütköző közötti távolság: $\ell_{\mathrm{V}} = 14\ \mathrm{m}$, kerekeinek sugara $R_{\mathrm{V}} = 480\ \mathrm{mm}$.

A váróterem ablaka előtt éppen a mozdony eleje állt. Amikor a vonat elindult, az utas elindította a stopperórát a telefonján.. Elsőként a mozdony és az első vagon összekapcsolódási pontjának elhaladását mérte: $t_1 = 18{,}58\ \mathrm{s}$. Másodszor a teljes szerelvény végének elhaladását jegyezte le: $t_2 = 89{,}55\ \mathrm{s}$.

a) Mekkora volt a vonat a gyorsulása?

b) Hány (n) vagonból állt a szerelvény a mért időadatok alapján?

c) Mekkora v_n sebességgel haladt el a szerelvény vége az ablak előtt?

Ezután az utas visszatért a talált paraméterekhez, és a további számításokat teljesen megrakott vagonokkal végezte.

d) Mekkora maximális vontatóerőt (F_{Lm}) lenne képes kifejteni a mozdony, ha feltételezzük, hogy az acélkerék és az acélsín közötti statikus súrlódási tényező $f = 0{,}40$?

e) Mekkora gördülési ellenállási erő (F_0) hat a szerelvényre, ha az acélkerék–acélsín érintkezésnél a gördülési ellenállási kar hossza $\xi = 0{,}4\ \mathrm{mm}$? Milyen P_{L} teljesítményt kéne biztosítania a mozdony motorjának, hogy a vonat egy vízszintes sík pályán $v_0 = 90\ \mathrm{km/h}$ sebességnél egyenletesen haladjon?

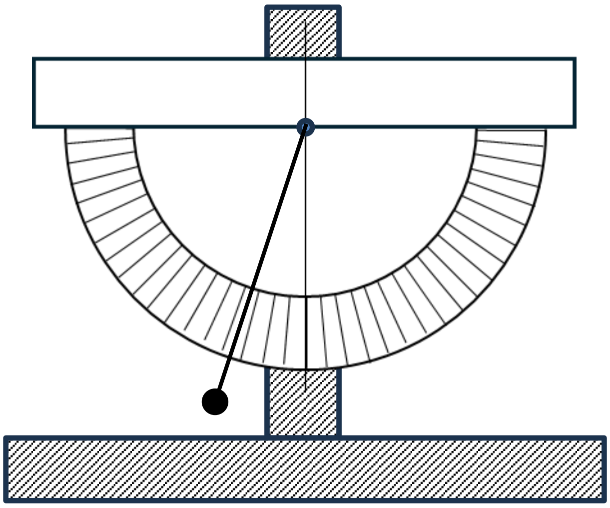
f) Képes lenne a vonat egyenletes sebességgel megyűrkőzni egy olyan pályaszakasszal, amelynek emelkedése 10 m/1 km? Mekkora lenne a mozdony sebessége a maximális teljesítménye mellett?

A feladatot oldják meg általánosan, majd a megadott értékekkel ($g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$)! Tételezzük fel, hogy a vonat a pályaudvaron végig egyenletesen gyorsuló mozgást végzett!

2. Út a vonaton

Egy vonat mozgását számítógép figyeli, amely érzékelők segítségével megjeleníti a pillanatnyi sebességet (sebességmérő) és a vonat sebességének időbeli változását rögzíti (tachográf). Ezen feljegyzések alapján ellenőrizhető, hogy a mozdonyvezető betartotta-e a pályára előírt sebességeket.

Egy iskolai tanulmányi kirándulás során a diákok úgy döntöttek, hogy saját sebességmérést végeznek a vonaton. Ehhez egy állványt vittek magukkal, amelyre szögmérőt szereltek, valamint egy fonálon függő golyót (lásd a D–2 ábrát). A fonál felső vége a szögmérő középpontjához volt rögzítve.



Obr. D–2

Az állványt a vonatban egy vízszintes asztalra helyezték – a szögmérő függőleges síkja párhuzamos volt a vonat haladási irányával. A vonat mozgása közben a fonál a golyóval kitért a függőleges irányból, és a szögmérőn megmérték mekkora szöggel tért ki. Ezzel egyidőben okostelefonon mérték az időt is.

Az időt akkor kezdték mérni ($t_0 = 0$) amikor a vonat elindult az állomásról. A vonat gyorsulása során a fonál $\alpha_1 = 4{,}5°$-os szögben tért ki a függőleges irányból, és ez az eltérés $t_1 = 25$ s-ig változatlan maradt. Ezután a fonál újból függőlegesen lógott, és ez $t_2 = 5$ min 20 s-ig tartott. Végül a vonat lassulni kezdett – ekkor a fonál $\alpha_2 = 2{,}5°$-ban tért ki a függőleges irányból, és ebben a helyzetben maradt egészen a megállásig. A két állomás közötti pálya egyenes volt.

a) Rajzolják le a függőleges helyzetből kitérő fonalat, és jelöljék be azokat az erőket, amelyek a fonálra és a golyóra hatnak az asztal vonatkoztatási rendszerében! Írják le az egyes erőket, és határozzák meg, milyen mozgásról van szó az egyes pályaszakaszokon!

b) Határozzák meg, mekkora volt a vonat v_m maximális sebessége a pályán!

c) Mennyi ideig (t_3) tartott a vonat lassuló mozgása?

d) Készítsenek grafikont a vonat sebességének időbeli változásáról!

e) Határozzák meg, mekkora utat tett meg a vonat a mérés alatt (állomástól állomásig)!

Gravitációs gyorsulás $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$. A fonál tömege elhanyagolható a végén levő golyóhoz képpest.

3. A jégkorong mozgása

Az iskolai jégkorongcsapat edzésén az edző videóra vette az egyik tanuló kapura lövését. A tanuló megtekintette a felvételt, és megállapította, hogy a lövést a kapura $D = 15$ m távolságból adta le, és $\tau = 0{,}70$ s elteltével a korong $d_1 = 9{,}0$ m távolságra volt a kaputól, míg 2τ idő elteltével $d_2 = 3{,}4$ m távolságra.

Ezen adatok alapján szerette volna kiszámítani a korong mozgásának bizonyos jellemzőit. Segítsenek neki kiszámítani a következő adatokat:

a) mekkora a jégkorong és a jég között fellépő f súrlódási tényező (feltételezve, hogy a teljes pályán állandó);

b) mekkora v_0 kezdősebességel lőtte el a jégkorongot;

c) mekkora v_b sebességgel haladt át a jégkorong a gólvonalon;

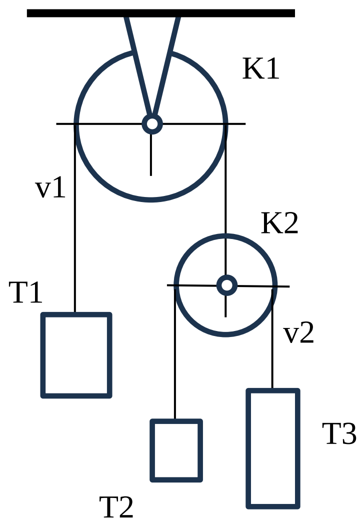
d) mennyi idő elteltével (t_z) állna meg a jégkorong ha korlátlanul csúszhatna a jégen, és mekkora d_z távolságban állna meg a gólvonaltól?

A gravitációs gyorsulás: $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$, a jégkorong pályája merőleges a gólvonalra.

4. Testek rendszere

A K1 állócsiga és K2 mozgócsigán vezetett szilárd, nyúlásmentes fonalakra három test (T1,T2,T3) van felfüggesztve. A testek tömege sorra m_1, m_2, m_3, ahol $m_3 > m_2$ (lásd a D–3 ábrát).

A testeket az ábrán jelzett helyzetben nyugalomban tartjuk, majd elengedjük őket, hagyjuk, hogy szabadon mozogjanak. A csigák tengelyében fellépő súrlódási erők elhanyagolhatóak, ezért ezeket nem vesszük figyelembe.



D–3 ábra

a) Rajzolják le az ábrát, és jelöljék be rajta az összes erőt, amelyek a csigákra és a testekre a szabad mozgásuk során hatnak!

A továbbiakban a csigák és a kötelek tömegét tekintsük elhanyagolhatóan kicsinek a testek tömegéhez képest, és ezek hatását a testek mozgására ne vegyük figyelembe!

b) Határozzák meg az egyes testek mozgásának gyorsulását!

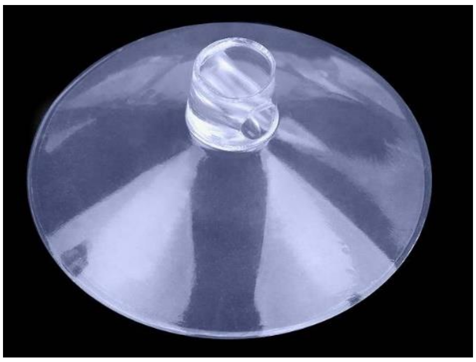
c) A v2 fonálra az $m_2 = 50$ g és $m_3 = 30$ g tömegű testeket függesztjük. Mekkora tömegűnek (m_1) kell lennie a T1 testnek, hogy a rendszer felszabadítását követően nyugalomban maradjon? Határozzák meg a T2 és T3 testek gyorsulásait ebben az esetben!

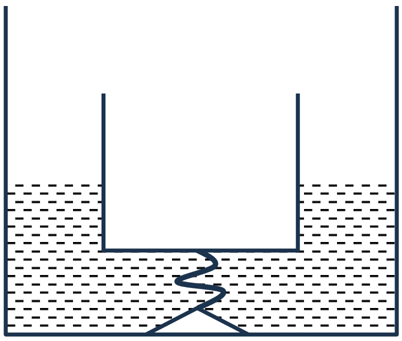
d) A v1 fonálra függesztjük az $m_1 = 80$ g tömegű T1 testet, a v2 fonálra pedig az $m_2 = 50$ g tömegű T2 testet és a T3 testet. Mekkora tömegűnek kell lennie a T3 testnek (m_{30}), hogy miután a rendszert elengedjük a T3 test nyugalomban maradjon? Határozzák meg a T1 és T2 testek gyorsulásait ebben az esetben!

Gravitációs gyorsulás $g = 10\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.

5. Tapadókorong

Valószínűleg ismerősek a gumi- vagy műanyag tapadókorongok, amelyek sima felületekre való tárgyak rögzítésére szolgálnak (lásd a D–4 ábrát).





D–4 ábra

A tapadókorongot egy tiszta, sima felülethez nyomjuk úgy, hogy alóla minden levegőt kiszorítunk, miközben a tapadókorong S_1 területen érintkezik a sima felülettel. A tapadókorongok olyan anyagokból készülnek, amelyek tökéletesen illeszkednek a sima felülethez.

a) Magyarázzák el a tapadókorong működési elvét levegőn, és számítsák mekkora erő szükséges a tapadókorong leszakításához!

Néhány fiú úgy döntött, hogy kipróbálják a tapadókorongot víz alatt is. Egy nagy edény aljára rögzítettek egy kis tapadókorongot, amelynek érintkezési területe S_1. Ehhez egy vékony, ℓ hosszúságú zsinór segítségével egy kisebb, üres henger alakú edényt kötöttek, amelynek alapterülete S_2 és tömege m (lásd a jobboldali D–4 ábrát). Ezután kezdtek vizet önteni a nagy edénybe.

Amikor a nagy edényben annyi víz van, hogy a kisebb edény h_1 mélységbe merül, további víz hozzáöntésével a kis edény emelkedni kezd a vízzel

b) Határozzák meg h_1 értékét!

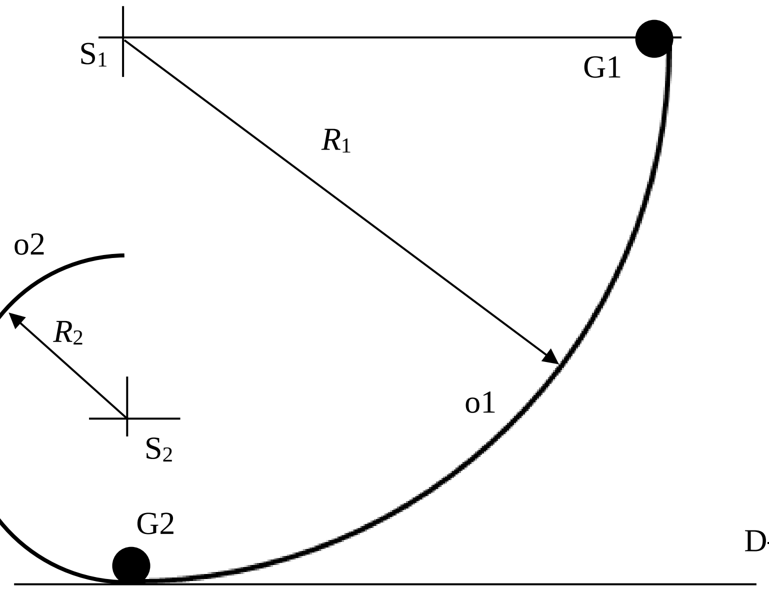
A víz feltöltése során a kisebb edény aljához kötött zsinór végül megfeszül. Ezután még több vizet öntöttek a nagy edénybe.

c) Számítsák ki a nagy edényben levő vízszint H_m magasságát, amikor a tapadókorong leválik az edény aljáról!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: $S_1 = 10\ \mathrm{cm}^2, S_2 = 600\ \mathrm{cm}^2$, $p_\mathrm{a} = 100$ kPa (légköri nyomás), gravitációs gyorsulás: $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s}^2$ $\ell = 50\ \mathrm{mm}, m = 900$ g. Tegyük fel, hogy az edények elég magasak, és a kisebb edény alja mindvégig vízszintes marad. A tapadókorong magasságát hagyjuk figyelmen kívül!

6. Ütközés a vályúban

Egy golyó mozgásával kapcsolatos kísérlethez két részből álló vályút használtak. Az o1 ív, amelynek sugara R_1, a legalacsonyabb pontján az o2 ívben folytatódik, amelynek sugara R_2 – az o2 ív a legmagasabb pontján ér véget (lásd a D–5 ábrát).



D–5 ábra

A vályú o1 ívének legmagasabb pontján, amely R_1 magasságban helyezkedik el a vályú legalacsonyabb pontja felett, elengedjük az m_1 tömegű G1 golyót. A golyó lecsúszik a vályú legalacsonyabb pontjáig, ahol ütközik az azonos méretű m_2 tömegű G2 golyóval, amely az o2 íven halad tovább.

Tételezzük fel, hogy a golyók és a vályúk között nincs súrlódás, valamint a golyók méretei elhanyagolhatóak az ívek sugaraihoz képest! Az ütközést tekintsük tökéletesen rugalmasnak!

a) Határozzák meg a $k = R_1/R_2$ sugárarányt, amelynél a G2 golyó áthalad az o2 vályú legmagasabb pontján!

b) Számítsák ki, mekkora $h_{\mathrm{m}1}$ maximális magasságot ér el a G1 golyó az ütközés után, és mekkora $h_{\mathrm{m}2}$ maximális magasságba emelkedik a G2 golyó, ha $R_1 = 2R_2$ és a $p = m_2/m_1$ tömegarány $p_1 = 0{,}5$, illetve $p_2 = 2{,}0$!

7. A gördülési ellenállási kar mérése – *kísérlet*

A gördülő mozgást végző test mozgását egy ellenállási erő akadályozza, amelyet *gördülési ellenállásnak* nevezünk. Ez az ellenállás a tapadási felületek minőségétől, valamint azok görbületi sugarától függ. Tapasztalatból tudjuk, hogy például kerékpárral könnyebb betonon haladni, mint homokon, vagy egy babakocsit könnyebb tolni a hóban, ha nagyobb kerekei vannak.

Ha egy kör keresztmetszetű test sík felületen gördül, a gördülési ellenállás ereje a következő összefüggéssel fejezhető ki:

$$F_\mathrm{o} = \frac{\xi}{\mathrm{R}} F_\mathrm{n} \tag{1}$$

ahol ξ: a gördülési ellenállási kar, R a test felületi görbületének sugara, F_n a testet a talajhoz szorító nyomóerő.

Feladat:

Figyeljék meg egy test gördülő mozgását, és határozzák meg a gördülési ellenállási kart!

Segédeszközök:

Okostelefon stopper alkalmazással, hosszmérő eszköz (pl. mérőszalag), a kísérlethez használjanak egy kerékpárkereket.

Eljárás:

1. A méréshez az első kerékpárkereket válasszuk, amely könnyen leszerelhető. Keressünk egy hosszabb, egyenes, vízszintes pályát, amely körülbelül 30 méter hosszú (sportpálya, kevésbé használt járda stb.). Osszuk fel a pályát egyenlő, rövidebb szakaszokra, például 2 méterenként. Jelöljük meg a szakaszok határait jól látható módon, például karókkal, papírlapokkal. Mérjük meg a szakaszok hosszát mérőszalaggal! Mérjük meg a kerék R sugarát!
2. A kísérletet szélcsendes időben végezzük! A méréshez hívjunk egy segítőtársat, aki a kereket mozgásba hozza, vagy méri az időt. Először próbáljuk ki az indulási sebességet, hogy a kerék az egész kijelölt pályát bejárja. Az egyes jelzéseken való áthaladásnak megfelelő részidőket az okostelefon stopperalkalmazásával rögzítsük!!
3. Jegyezzük le az időket és a távolságot a starttól az egyes jelzésekig egy táblázatba!
4. Ábrázoljuk a táblázat adatait, a megtett utat az időfüggvényeként egy grafikonban! Rajzoljunk egy sima görbét, amely a lehető legjobban illeszkedik a mért pontokhoz (ne kössük össze a pontokat szakaszokkal)! A grafikont elég nagy méretű milliméterpapírra készítsük, hogy az értékek pontosan leolvashatók legyenek!
5. Osszuk fel az időtengelyt egyenletesen olyan kis intervallumokra (pl. másodpercenként), hogy a görbe az egyes intervallumokban közel egyenes legyen! Írjuk egy új táblázatba az időket, amelyek ehhez az egyenletes felosztáshoz tartoznak, és olvassuk le a megtett távolságot a grafikonról és írjuk a táblázatba!
6. Számítsuk ki az átlagsebességet minden intervallumra, és készítsünk grafikont az idő függvényeként, ahol az időintervallumok közepéhez rendeljük a kiszámított átlagsebességet!
7. Mivel feltételezzük a fékező erő állandóságát, lineáris *sebesség-idő* függvényt várunk. Illesszük a grafikon pontjaira a legvalószínűbb egyenest! Határozzuk meg a kerék mozgásának lassulását az egyenes meredekségéből!
8. Határozzuk meg a gördülési ellenállás karját az (1) definíciós összefüggés felhasználásával!
9. Ismételjük meg a kísérletet más feltételek mellett, például más átmérőjű kerékkel, leeresztett (puha) gumival, vagy más felületen! Értékeljük a különböző feltételek hatását a gördülési ellenállásra az eredmények összehasonlításával!
10. Keressük meg táblázatokban a gördülési ellenállás karjának értékeit különböző alátét- és kerékanyag-párosításokra, és értékeljük ezek gyakorlati következményeit!

Megjegyzés: A kísérlet elvégezhető más testekkel is (pl. labda, üveghenger különböző felületeken). A mozgás során a test nem csúszhat meg.

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy domáceho kola kat. D
Návrh a úprava úloh: Ľubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024