66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
domáce kolo kategória C
text úloh

1. Szökőkút

A parkokban gyakran találkozhatunk programozott szökőkutakkal, amelyek különböző fúvókákból lövellik ki a vizet. Egyes vízsugarak függőlegesen emelkednek, mások ferdén felfelé spriccelnek. Érdekes látványt nyújt az a vízsugár, amely ferdén felfelé tör ki, és a levegőben szép görbét alkot.

Képzeljünk el egy vízszintes betonfelületet, amelyen fúvókák és vízelvezető nyílások találhatók. Vizsgáljunk meg egy $d_1 = 25$ mm átmérőjű fúvókát, amely $\alpha = 45°$-os szöget zár be a szökőkút vízszintes felületével, és ferdén felfelé irányul. A vízsugár a felületen található egyik nyílásba érkezik, amely a fúvókától $D = 230$ cm távolságra helyezkedik el. A fúvókát ellátó cső belső átmérője $d_2 = 50$ mm.

a) Írják le a víz mozgását a fúvóka és a nyílás között, ahová a vízsugár érkezik! Nevezzék meg azt a görbét, amelyet a vízsugár a levegőben leír!

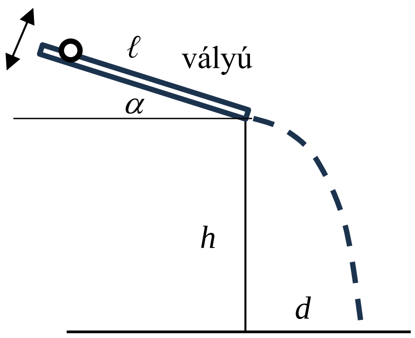
b) Határozzák meg mekkora a p nyomás a vízellátó csőben, és mekkora a víz Q_V térfogatárama, valamint a szivattyú P teljesítménye!

c) Számítsák ki, mekkora a vízsugár V térfogata, amely adott pillanatban a szökőkút felülete felett van!

d) Határozzák meg a vízsugár h_m magasságát és S_m keresztmetszetét a legmagasabb pontján!

Atmoszférikus nyomás $p_\mathrm{a} = 100$ kPa, a gravitációs gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a víz sűrűsége $\rho = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.

2. Golyó a vályúban



C−1 ábra

Amikor tárgyak, például hótáblák csúsznak le egy ferde tetőről, a biztonságos hely közvetlenül a tető alatti függőleges fal mellett található. Hasonló a helyzet egy vízesésnél is, ahol gyakran van közvetlenül a zuhanó víz alatt egy terület, ahol az ember védve van a zuhogó víz elől.

Vegyük példának a golyókat, amelyek egy ferde vályúban gurulnak le, majd bizonyos magasságból a talajra esnek.

Vizsgáljuk meg a C–1 ábrán látható helyzetet! Egy h magasságú függőleges fal fölött található egy ℓ hosszúságú vályú, amelynek α dőlésszöge változtatható. A vályú felső végébe kis golyókat helyezünk, amelyeket szabadon gurulnak le a vályúban. A vályút elhagyva a golyók a h mélységbe esnek egy vízszintes felületre.

a) Határozzák meg a golyók sebességét az α dőlésszögű vályú alsó végén, ha csúszássmentes gördülő mozgást végeznek!

b) Számítsák ki, mekkora d távolságra esnek a golyók a függőleges faltól!

c) Készítsék el a d távolság grafikonját mint az α dőlésszögszög függvényét, és határozzák meg a grafikonból, mekkora α_m dőlésszögnél lesz a d távolság maximális, és mekkora ez a d_m érték!

A feladatokat oldják meg általánosan, majd a következő éretékekre: $\ell = 250$ cm, $h = 300$ cm, $\alpha = 20°$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.A súrlódást és a légellenállást ne vegyék figyelembe!

3. Kék Hold

Az egyik ritka csillagászati jelenség a „*kék Hold*”. Két meghatározása létezik.

Az első definíció (D1) szerint ez az a második telihold, amely ugyanabban hónapban fordul elő. Ez a jelenség például 2023 augusztusában volt megfigyelhető, amikor a telihold időpontjai 2023. augusztus 1. és 2023. augusztus 31. voltak.

A második definíció (D2) szerint ez a harmadik telihold egy olyan csillagászati évszakban, amelyben négy telihold fordul elő. Ezt a jelenséget 2024. augusztus 19-én figyelhettük meg. A nyári évszak első két teliholdja 2024. június 22-én és július 21-én volt, a negyedik pedig 2024. szeptember 18-án következett be (az asztronómiai nyár 2024. június 20-án kezdődött és szeptember 22-én ért véget).

a) Határozzák meg a Hold T_{sid} sziderikus keringési idejét a Föld körül (csillagokhoz viszonyított keringési idő), ha tudjuk, hogy a Föld tömege $M_{\mathrm{Z}} = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg , a Hold tömege $M_{\mathrm{M}} = 7{,}35 \times 10^{22}$ kg, a Hold átlagos távolsága a Földtől $d = 384\,400$ km, valamint az univerzális gravitációs állandó $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$!

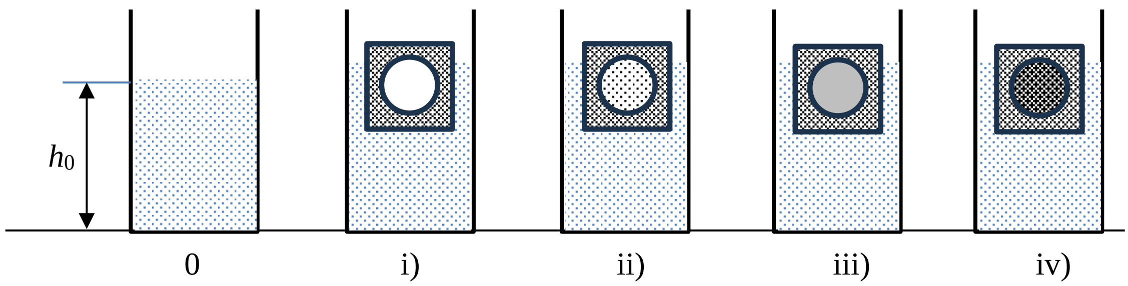
b) Határozzák meg a Hold T_{syn} szinodikus keringési idejét (a Földhöz viszonyított keringési idő), amely a két egymást követő telihold közötti időtartamot fejezi ki. Ehhez vegyék figyelembe, hogy egy év hossza $T_{\mathrm{Z}} = 365{,}25$°nap, egy nap hossza pedig $T_{\mathrm{d}} = 24{,}0$ óra!

c) Számítsák ki azt a t_{s} időtartamot, amely két egymást követő *kék Hold* között telik el a D1 definíció szerint!

Megjegyzés: Az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy a Föld és a Hold a Föld–Hold rendszer közös tömegközéppontja körül kör alakú pályákon keringenek!

4. Jégkockák a vízben

Egy vízszintes asztalfelületen egy henger alakú edény található, amelynek belső átmérője d. Az edényben víz van, a vízszint magassága h_0. A vízbe egymás után négy jégkockát helyezünk, mindegyikük élhossza a.



C–2 ábra

A kockák térfogatának egy része (p) különböző anyagokkal van kitöltve: levegővel, folyékony állapotú vízzel, fával, alumíniummal – minden esetben gömb formában szimmetrikusan helyezkednek el a kockán belül (lásd C-2. ábra).

a) Határozzák meg a legkisebb $p_{\min}$ térfogatarányt, amelynél az összes kocka a víz felszínén lebeg.

Tételezzük fel, hogy $p_1 > p_{\min}$.

b) Számítsák ki minden kockára, milyen magas (h_1) a víz szintje az edényben, miután a kockát a vízbe helyeztük, ha $p = p_1$!

c) Határozzák meg minden kockára, milyen magas (h_2) a víz szintje az edényben, amikor a jég elolvad, ha $p = p_1$!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre: a víz sűrűsége $\rho_{\mathrm{v}} = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a jég sűrűsége $\rho_{\mathrm{L}} = 917\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a fa sűrűsége $\rho_{\mathrm{d}} = 700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, az alumínium sűrűsége $\rho_{\mathrm{Al}} = 2\,700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $h_0 = 12$ cm, $d = 10$ cm, $a = 50$ mm, $p_1 = 20\%$!

5. Tea hűtése

Egy fiú 200 ml-es bádogbögrében készített teát úgy, hogy megtöltötte vízzel, majd a vizet egy főzőlapon 100 °C-ra melegítette. Ezután a bögrét egy hőszigetelő alátétre helyezte, és a vízbe egy zacskó filteres teát tett. Miközben a tea 5 percig ázott egy 20 °C-os konyhában, a tea hőmérséklete 5 °C-kal csökkent. Ezután kivette a teát a zacskóval, majd a hűtés felgyorsítása érdekében a bögrét alátéttel együtt a hűtőszekrénybe helyezte, ahol a hőmérséklet 0 °C volt. (Ezt a hűtőgépgyártók kimondottan nem ajánlják.) A tea hőmérséklete 4 perc 12 másodperc alatt 90 °C-ra csökkent.

a) Mutassák meg, hogy a bögréből a környezetbe történő hőátadás k koefficiense az adott hőmérséklet-tartományban nem változik!

b) A hűtés további gyorsítása érdekében a fiú kivette a bögrét az alátéttel együtt a hűtőből, és az ablakon kívülre helyezte, ahol a hőmérséklet -20 °C volt. Mennyi idő alatt csökken a tea hőmérséklete 85 °C-ra?

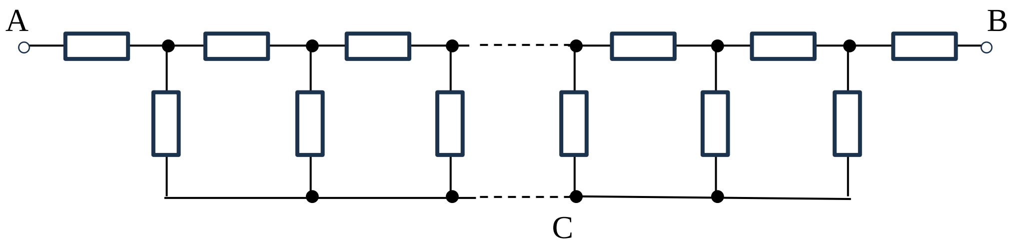
c) A bögrében lévő víz a főzőlapon 200 W teljesítménnyel és 60%-os hatásfokkal melegszik. Ha a víz eléri a 100 °C-ot, intenzív párolgás kezdődik. Mennyi idő alatt párolog el a víz 10%-a, ha a bögrét továbbra is a főzőlapon hagyják?

A víz forráshője $\ell_\mathrm{v} = 2{,}26\ \mathrm{MJ \cdot kg^{-1}}$, a víz sűrűsége $\rho = 1{,}00\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$, a víz és a tea fajhője $c = 4{,}18\ \mathrm{kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Megjegyzés: a bögre bádogja nagyon jó hővezető, és a tea hőmérséklete az egész térfogatában egyszerre változik. A konyhában a hőmérséklet állandó marad. A hőátadás teljesítménye $P = k\Delta T$, ahol k a bögre és a környezet közötti hőátadási koefficiens, $\Delta\, T$ pedig a bögre két oldalán lévő hőmérsékletkülönbség.

6. Ellenállások láncolata

A C-3. ábra egy nagyon nagy számú, azonos R ellenállással rendelkező rezisztorokból álló ellenálláslánc kapcsolási rajzát mutatja.



C−3 ábra

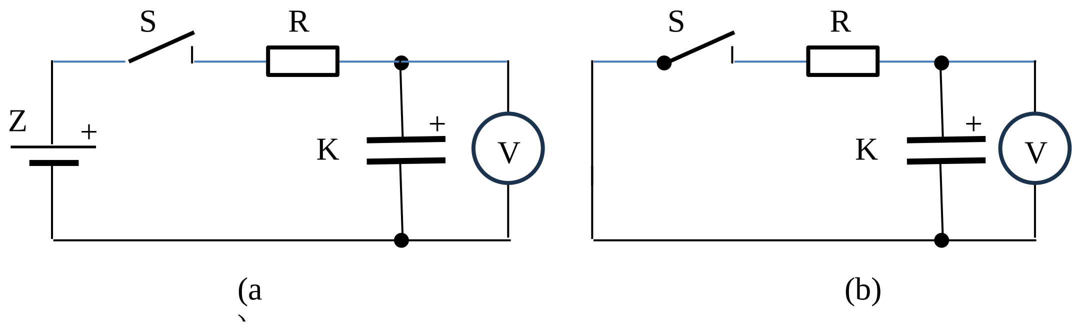
a) Az A és C csomópontokhoz egy állandó feszültségű U áramforrást csatlakoztatunk. Határozzák meg mekkora I_1 áram folyik az áramforrásban!

b) Az A és B csomópontokhoz csatlakoztatjuk a feszültségforrást. Határozzák meg mekkora I_2 áram folyik az áramforrásban!

A feladatot oldjá k meg általánosan, majd a következő értékekre: $R = 1{,}0\ \Omega$, $U = 12$ V.

7. Kondenzátor töltése és kisütése – *kísérlet*
Feladat:
Vizsgáljuk meg a kondenzátor töltését és kisütését soros kapcsolásban egy ellenállással!

Elmélet



C–4 ábra

Ha egy C kapacitású kondenzátort sosrosan kapcsolunk egy R ellenállású rezisztorhoz, majd ezeket egy U_Z állandó feszültségű áramforráshoz csatlakoztatjuk (C-4(a) ábra), akkor a kondenzátor feszültsége az idővel az alábbi összefüggés szerint változik

$$U_C = U_\text{Z}\left(1 - e^{-t/\tau}\right), \tag{1}$$

ahol t a töltés kezdetétől számított idő, és $\tau = RC$ az áramkör időállandója.

Ha egy U_{C0} kezdőfeszültséggel feltöltött C kapacitású kondenzátorhoz csatlakoztatunk egy R ellenállást (C-4(b) ábra), akkor a kondenzátor kisül, és a feszültsége az alábbi összefüggés szerint változik

$$U_C = U_{C0}e^{-t/\tau}. \tag{2}$$

Mérési eljárás:

1. Használjanak nagy kapacitású (100 µF – 1 000 µF) kondenzátort és olyan R ellenállást, amelynél az áramkör időállandója nagyobb, mint 10 s! Használjanak olyan elektrolit kondenzátort, amely a forrás feszültségénél nagyobb névleges feszültségre van tervezve! Multiméterrel mérjék meg az ellenállás pontos értékét, és hasonlítsák össze a komponensen feltüntetett névleges értékkel!
2. Állítsák össze az áramkört a C-4(a) ábra szerint! Csatlakoztassanak a kondenzátorhoz párhuzamosan egy multimétert, amelyet egyenfeszültség mérésére állítsanak, és válasszanak a forrás feszültségének megfelelő mérési tartományt!
3. A kondenzátor feszültségének időfüggését stopperrel mérjék, amely lehetővé teszi az időközbeni adatok rögzítését (pl. egy okostelefon „stopper” alkalmazása). Az S kapcsoló bekapcsolása után mérjék a U_C feszültséget és a hozzá tartozó időt. Érdemes olyan időpontokat választani, amikor a feszültség egy meghatározott értéket ér el (pl. 0,5 voltonként). Az adatokat jegyezzék le egy táblázatba!
4. Ezután válasszák le a forrást, és közvetlenül csatlakoztassák az ellenállást a kondenzátorhoz (C-4(b) ábra)! A kapcsoló bekapcsolása után mérjék a kondenzátor feszültségét és a kisülés idejét hasonló módon, mint az előző pontban! Az adatokat ismét jegyezzék fel egy táblázatba!

Mérések kiértékelése

1. Készítsenek grafikonokat, amelyek a feszültség időfüggését mutatják! Határozzák meg a grafikon tengelyeit olyan megfelelő $y = f(U_C)$ és $x = g(t)$ változókkal, hogy az $y = h(x)$ függvény lineáris legyen. Az x és y értékeket szintén tüntessék fel a táblázatban a mért értékekkel együtt. A grafikonban ábrázolják az (x, y) pontokat, majd szerkesszék meg azt az egyenest, amely a

legjobban felel meg ezeknek a pontoknak. (Ajánljuk megfelelő táblázat kezelő program használatát, pl. MS Excel, Calc, vagy hasonló.)

2. Vizsgálják meg, hogy a grafikonon szereplő pontok megfelelnek-e a lineáris $y = y_0 + kx$ függvénynek, és ezáltal az (1) illetve (2) exponenciális összefüggéseknek!
3. Határozzák meg az y_0 és k konstansokat mindkét esetben, majd ezekből számítsák ki a töltési (τ_1) és kisülési (τ_2) időállandókat! Vizsgálják meg, hogy a két időállandó azonos-e a mérési pontosságon belül!
4. Határozzák meg a kondenzátor C kapacitását az átlagos τ értékből és az ellenállás R mért értékéből! Hasonlítsák össze az eredményt a komponensen feltüntetett névleges értékkel!
5. Készítsék el, a meghatározott τ értékre az (1) és (2) összefüggések szerinti $U_C(t)$ függvény grafikonjait! Tüntessék fel a grafikonban a kísérletben mért pontokat is!

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy domáceho kola kat. C
Návrh a úprava úloh: Ľubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024