

66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
domáce kolo kategória C
text úloh

1. Fontána

V parkoch sa často vyskytujú fontány s programovaným striekaním z rôznych dýz. Niektoré prúdy vody striekajú zvislo, iné šikmo nahor. Zaujímavé je sledovať prúd vody, ktorý vystrekuje šikmo nahor a vytvára vo vzduchu peknú krivku.

Uvažujte vodorovnú betónovú plochu, na povrchu ktorej sú umiestnené dýzy a otvory pre odvod vody. Sledujme dýzu s priemerom $d_1 = 25$ mm, ktorá mieri šikmo hore pod uhlom $\alpha = 45^\circ$ vzhľadom na vodorovnú plochu fontány. Prúd striekajúcej vody dopadá do otvoru v ploche, ktorý je vo vzdialenosti $D = 230$ cm od dýzy. Do dýzy sa voda privádza potrubím s vnútorným priemerom $d_2 = 50$ mm.

- Opište pohyb vody medzi dýzou a otvorom, do ktorého prúd vody dopadá. Uveďte názov krivky, ktorú prúd vody vo vzduchu opisuje.
- Určte tlak p , objemový prietok Q_V vody v prívodnom potrubí a výkon P čerpadla.
- Určte objem V vody vo vodnom prúde, ktorý sa nachádza v danom okamihu nad plochou fontány.
- Určte výšku h_m vodného prúdu nad plochou fontány a obsah S_m prierezu vodného prúdu v najvyššom bode vodného prúdu.

Atmosférický tlak $p_a = 100$ kPa, tiažové zrýchlenie $g = 9,81$ m·s⁻², hustota vody $\rho = 1,00 \times 10^3$ kg·m⁻³.

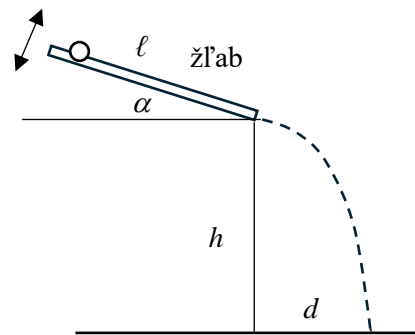
2. Gul'ôčka v žľabe

Ak sa zosúvajú predmety, ako napr. snehové platne, zo šikmej strechy, bezpečné miesto je tesne pri zvislom múre pod strechou. Podobne je to s vodopádom, pod ktorým býva tiež priestor, kde je človek chránený pred padajúcou vodou.

Ako príklad uvažme gul'ôčky, ktoré sa valia šikmým žľabom a potom padajú z určitej výšky na zem.

Uvažujme situáciu znázornenú na obr. C–1. Nad zvislou stenou s výškou h je žľab s dĺžkou ℓ , ktorého uhol sklonu α možno meniť. Na horný koniec kladieme malé gul'ôčky, ktoré necháme voľne kotúľať dolu žľabom. Po opustení žľabu gul'ôčky padajú do hĺbky h na vodorovnú podložku.

- Určte rýchlosť pohybu gul'ôčky, ktorá sa pohybuje valivým pohybom bez prešmykovania, na dolnom konci žľabu s uhlom sklonu α .
- Určte vzdialenosť d od zvislej steny, do ktorej gul'ôčka dopadne.
- Zostrojte graf vzdialenosti d ako funkcie uhlu α a z grafu určte uhol α_m , pre ktorý je vzdialenosť d maximálna, a jej maximálnu hodnotu d_m .



Obr. C–1

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: $\ell = 250$ cm, $h = 300$ cm, $\alpha = 20^\circ$, $g = 9,81$ m·s⁻². Trenie a odpor vzduchu neuvažujte.

3. Modrý Mesiac

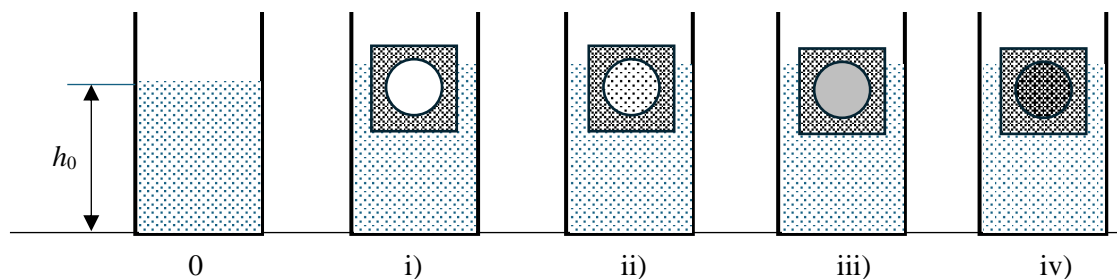
Jedným zo vzácnych astronomických úkazov je „Modrý Mesiac“. Existujú dve definície. Podľa prvej (D1) ide o druhý spln v jednom mesiaci. Tento úkaz nastal napr. v auguste roku 2023, kedy bol spln 1. 8. a 31. 8. Podľa druhej (D2) ide o tretí spln v astronomickom ročnom období, v ktorom sa vyskytnú štyri splny. Tento úkaz sme pozorovali v tomto roku dňa 19. 8. 2024. Prvé dva splny letného obdobia boli 22. 6. a 21. 7. a štvrtý 18. 9. (astronomické leto v roku 2024 bolo od 20. 6. a končí sa 22. 9.)

- Určte siderickú dobu T_{sid} obehu Mesiaca okolo Zeme (vzhľadom na hviezdy), ak vieme, že hmotnosť Zeme $M_Z = 5,97 \times 10^{24}$ kg, hmotnosť Mesiaca $M_M = 7,35 \times 10^{22}$ kg, priemerná vzdialenosť Mesiaca od Zeme $d = 384\,400$ km a gravitačná konštanta $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².
- Určte synodickú dobu T_{syn} obehu Mesiaca (vzhľadom na Zem), ktorá vyjadruje čas medzi dvomi splnmi Mesiaca, ak vieme, že rok trvá $T_Z = 365,25$ d a jeden deň $T_d = 24,0$ h.
- Určte čas t_s , ktorý uplynie medzi dvomi po sebe nasledujúcimi Modrými Mesiacmi podľa definície D1.

Pozn.: Pre jednoduchosť predpokladajme, že Zem aj Mesiac obiehajú v sústave Zem–Mesiac okolo spoločného hmotného stredu po kružniciach.

4. Kocka ľadu vo vode LK

Na vodorovnom povrchu stola sa nachádza valcová nádoba s vnútorným priemerom d . V nádobe je voda, pričom hladina je vo výške h_0 nad dnom. Do vody postupne vložíme štyri ľadové kocky s dĺžkou hrany a . Časť p objemu kocky vyplní a) vzduchová dutina, b) voda v kvapalnom stave, c) drevo a d) hliník, v tvare gule uloženej symetricky voči kocke, obr. C–2.



Obr. C–2

- Určte najmenší pomer p_{min} , aby všetky kocky plávali na hladine vody.

Uvažujeme pomer objemu $p_1 > p_{\text{min}}$.

- Určte výšku hladiny h_1 po vložení kocky do vody vo valci v jednotlivých prípadoch pre pomer $p = p_1$.
- Určte výšku hladiny h_2 vody vo valci, keď sa ľad roztopí, pre pomer $p = p_1$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: hustota vody $\rho_v = 1\,000$ kg·m⁻³, hustota ľadu $\rho_L = 917$ kg·m⁻³, hustota dreva $\rho_d = 700$ kg·m⁻³, hustota hliníka $\rho_{Al} = 2\,700$ kg·m⁻³, $h_0 = 12$ cm, $d = 10$ cm, $a = 50$ mm, $p_1 = 20$ %.

5. Chladenie čaju

Chlapec si urobil čaj v plechovom hrnčeku s objemom 200 ml tak, že ho naplnil vodou a vodu na variči zohrial na $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, hrnček potom postavil na tepelne izolačnú podložku a do vody vložil vrecúško s čajom. Kým sa čaj lúhoval po dobu 5 minút v kuchyni, kde bola teplota $20\text{ }^{\circ}\text{C}$, klesla teplota čaju o $5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Potom vrecúška vybral a aby urýchlil chladenie čaju, vložil hrnček i s podložkou do chladničky, v ktorej bola teplota $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Teplota čaju klesla na $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ za 4 min 12 s.

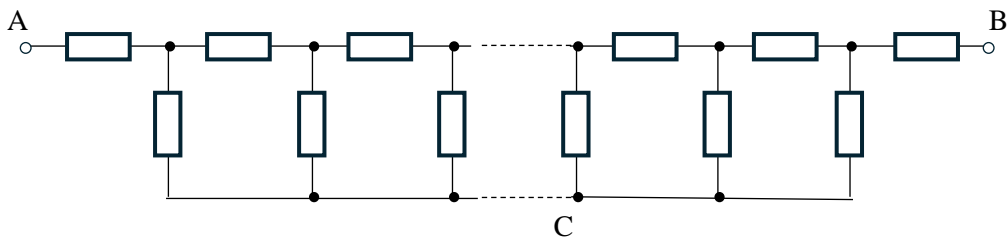
- Ukážte, že koeficient k prestupu tepla z hrnčeka do okolia sa v danom rozsahu teploty nemení.
- Aby chladenie ešte urýchlil, vybral hrnček s podložkou z chladničky a postavil ich von za okno, kde bola teplota $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Za aký čas klesne teplota čaju na $85\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- Voda v hrnčeku sa zohrieva na variči s príkonom 200 W a účinnosťou 60% . Ak voda dosiahne teplotu $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, začne sa intenzívne vyparovať. Za akú dobu sa vyparí 10% objemu vody, ak sa nechá hrnček na variči?

Hmotnostné skupenské teplo varu vody $\ell_v = 2,26\text{ MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, hustota vody $\rho = 1,00\text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, hmotnostná tepelná kapacita vody i čaju $c = 4,18\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Predpokladajte, že plech hrnčeka je veľmi dobrý vodič tepla a teplota čaju sa mení súčasne v celom objeme čaju. Teplota v kuchyni sa nezmenila.

Pozn.: Tepelný výkon prestupu tepla rozhraním $P = k \Delta T$, kde k je koeficient prestupu tepla medzi hrnčekom a okolím a ΔT rozdiel teplôt na oboch stranách rozhrania.

6. Reťazec rezistorov

Na obr. C–3 je nakreslená schéma reťazca veľmi veľkého počtu rovnakých rezistorov s odporom R .



Obr. C–3

- K uzlom A a C pripojíme zdroj konštantného napätia U . Určte prúd I_1 zdroja.
- Zdroj napätia pripojíme k uzlom A a B. Určte prúd I_2 zdroja.

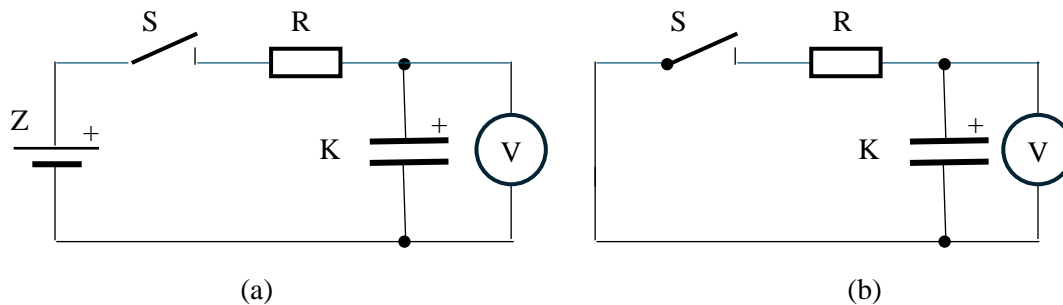
Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: $R = 1,0\ \Omega$, $U = 12\text{ V}$.

7. Nabíjanie a vybíjanie kapacitora – experimentálna úloha

Úloha

Vyšetrte nabíjanie a vybíjanie kapacitora v sériovom zapojení s rezistorom.

Teória



Obr. C-4

Ak pripojíme kapacitor s kapacitou C k zdroju konštantného napätia U_Z cez rezistor s odporom R , obr. C-4 (a), napätie na kapacitore sa mení s časom podľa vzťahu

$$U_C = U_Z (1 - e^{-t/\tau}), \quad (1)$$

kde t je čas od začiatku nabíjania a $\tau = RC$ je časová konštanta obvodu.

Ak k nabitému kapacitoru so začiatočným napätím U_{C0} a kapacitou C pripojíme rezistor s odporom R , obr. C-4 (b), vybíja sa, pričom napätie na kapacitore sa mení s časom podľa vzťahu

$$U_C = U_{C0} e^{-t/\tau}. \quad (2)$$

Postup merania

1. Použite kapacitor s veľkou kapacitou $100 \mu\text{F}$ až $1\,000 \mu\text{F}$ a rezistor s odporom, pre ktorý je časová konštanta obvodu väčšia ako 10 s . Použite elektrolytický kapacitor pre napätie väčšie ako je napätie použitého zdroja. Pomocou multimetra nastaveného na meranie odporu zmerajte presnú hodnotu odporu rezistora a porovnajte ju s nominálnou hodnotou uvedenou na súčiastke.
2. Zapojte obvod podľa obr. C-4 (a), pričom ku kapacitoru pripojte paralelne multimeter nastavený na meranie jednosmerného napätia a rozsah multimetra zvolte zodpovedajúci napätiu zdroja.
3. Na meranie časovej závislosti napätia na kapacitore použite stopky s možnosťou zaznamenávania priebežných časov (vhodná je aplikácia „stopky“ v smartfóne). Po zapnutí spínača S merajte napätie U_C a zodpovedajúci čas. Vhodné je merať priebežný čas v okamihoch, keď napätie dosiahne vami zvolené hodnoty napätia, napr. po $0,5 \text{ V}$. (Je jednoduchšie zachytiť priebežný čas pre stanovené napätie – priebežný čas sa ukladá v smartfóne, než zaznamenávať napätie v stanovených časových okamihoch). Namerané hodnoty zapíšte do tabuľky.
4. Potom odpojte zdroj a rezistor pripojte priamo ku kapacitoru, obr. C-4 (b). Po zapnutí spínača merajte napätie na kapacitore a čas vybíjania obdobným spôsobom ako v bode 3.. Namerané hodnoty opäť zapíšte do tabuľky.

Vyhodnotenie merania

1. Overenie exponenciálneho priebehu nabíjania (1) a vybíjania (2) kapacitora.

Zostrojte graf napätia ako funkcie času. Na osiach zvolte vhodné premenné $y = f(U_C)$ a $x = g(t)$, aby bola závislosť $y = h(x)$ lineárna. Hodnoty y a x doplňte do tabuľky k nameraným hodnotám.

Do grafu vyneste body (x, y) podľa tabuľky a nimi preložte najpravdepodobnejšiu (regresnú) priamku. *Odporúčame použiť vhodný grafický softvér, napr. tabuľkový procesor EXCEL.*

2. Posúďte, či namerané body v grafe zodpovedajú lineárnej závislosti $y = y_0 + kx$, a tým exponenciálnej zvislosti (1) v prvom prípade a (2) v druhom prípade.
3. Určte konštanty y_0 a k v oboch prípadoch, a určte z nich časové konštanty τ_1 pre nabíjanie a τ_2 pre vybíjanie kapacitora. Posúďte, či sú obidve konštanty rovnaké v rámci presnosti merania.
4. Určte kapacitu C kapacitora z priemernej hodnoty τ (určenej z oboch meraní) a zo zmeranej hodnoty odporu R rezistora. Získaný výsledok porovnajte s nominálnou hodnotou uvedenou na súčiastke.
5. Pre určenú hodnotu τ nakreslite grafy napätia $U_C(t)$ (vypočítaného podľa vzťahov (1) a (2)) ako funkcie času a v grafe vyznačte namerané body.

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy domáceho kola kat. C

Návrh a úprava úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp

Recenzia úloh: Lubomír Mucha, Aba Teleki

Redakcia: Ivo Čáp

Úlohy preložil: Aba Teleki

Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády

Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024