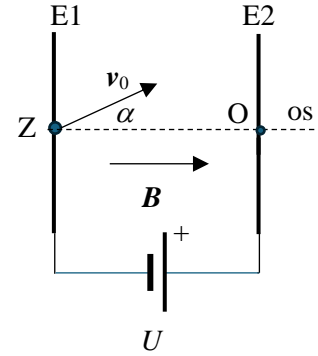


66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
celoštatné kolo kategória A
text teoretických úloh

1. Elektróny v elektrickom a magnetickom poli

Na obr. A-1 je znázornená dvojica vzájomne rovnobežných plochých elektród E1 a E2. Medzi elektródami je pripojený zdroj napätia U . Elektrické pole medzi elektródami považujte za homogénne. Vzájomná vzdialenosť d elektród E1–E2 je podstatne menšia ako sú rozmery elektród. Sústava elektród sa nachádza v homogénnom magnetickom poli s indukciou \mathbf{B} kolmou na roviny elektród. Na elektróde E1 je bodový zdroj Z elektrónov, z ktorého sú emitované elektróny do všetkých smerov rovnakou rýchlosťou v_0 . Os kolmá na elektródy prechádzajúca bodom Z pretína povrch elektródy E2 v bode O.



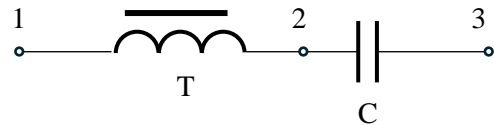
Obr. A-1

- Určte rýchlosť v_1 dopadu elektrónov na povrch elektródy E2.
- Určte uhol α , pod ktorým musí byť elektrón emitovaný, aby dopadol do bodu O na povrchu elektródy E2.
- Určte uhol β vzhľadom na os, pod ktorým elektróny do bodu O dopadajú.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: elementárny náboj $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C, hmotnosť elektrónu $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $B = 30$ mT, $d = 10,0$ mm, $v_0 = 2,00 \times 10^5$ m·s⁻¹, $U = 12$ V. Relativistické efekty neuvažujte.

2. Indukčná cievka

Cievka T s jadrom (tlmivka) je pripojená sériovo ku kapacitoru C s kapacitou C , obr. A-2. Kapacitor možno považovať za ideálny (bezstratový). Po pripojení zdroja s uhlovou frekvenciou ω a efektívnym napätím U_Z k svorkám 1–3 namerali na cievke (medzi uzlami 1–2) efektívne napätie U_T a na kapacitore (medzi uzlami 2–3) efektívne napätie U_C .



Obr. A-2

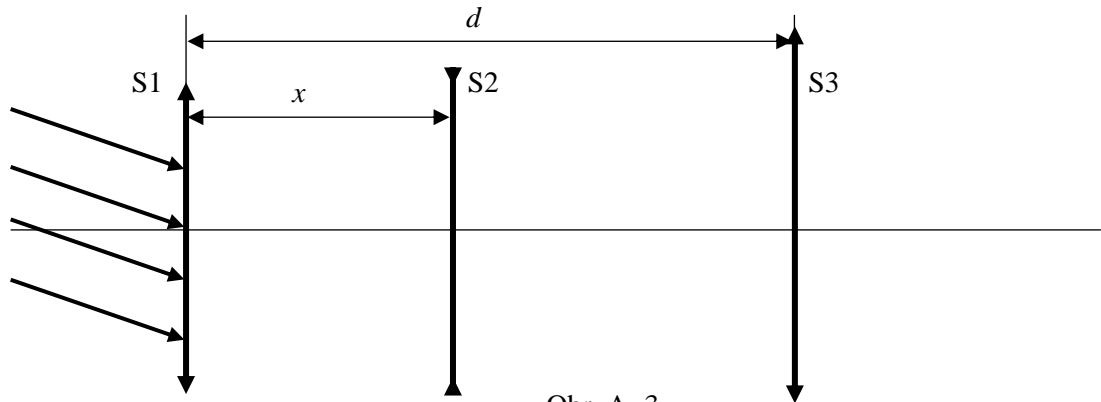
Reálnu cievku môžeme považovať za sériovú kombináciu induktora s indukčnosťou L a rezistora s odporom R .

- Prekreslite obvod so zdrojom, náhradou cievky za kombináciu induktora a rezistora a vyznačte v ňom príslušné napätia. Nakreslite fázorový diagram obvodu. Vysvetlite, prečo $U_T + U_C \neq U_Z$.
- S použitím komplexnej symbolickej metódy vyjadrite fázory (komplexné efektívne hodnoty) prúdu I v obvode, napätia U_T na cievke a napätia U_C na kapacitore. Vyjadrite efektívne hodnoty I prúdu a U_T , U_C napätí na cievke a na kapacitore.
- Určte parametre L a R cievky.
- Určte uhlovú frekvenciu ω_0 zdroja, pri ktorej by malo napätie U_{C0} na kapacitore maximálnu efektívnu hodnotu.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty veličín: $U = 24,0$ V, $U_C = 28,2$ V, $U_T = 51,6$ V, $C = 150$ nF a $\omega = 2\pi \times (1,00$ kHz).

3. Sústava troch šošoviek

Na obr. A–3 je znázornená optická zostava, ktorá pozostáva z trojice šošoviek na spoločnej optickej osi. Prvá S1 je spojka s ohniskovou vzdialenosťou f_1 , druhá S2 rozptylka s ohniskovou vzdialenosťou f_2 , tretia S3 spojka s ohniskovou vzdialenosťou f_3 . Šošovky S1 a S3 sú pevne umiestnené vo vzájomnej vzdialenosti d , šošovka S2 je posuvná medzi šošovkami S1, S3.



Obr. A–3

Na obr. A–3 je zostava s nasledujúcimi parametrami: $f_1 = 20$ mm, $f_2 = -25$ mm, $f_3 = 22$ mm, $d = 80$ mm a $x = 35$ mm. Na šošovku S1 dopadá zväzok rovnobežných lúčov.

- Prekreslite schému zostavy, doplňte ohniská šošoviek, a pomocou charakteristických lúčov zostrojte bod O_1 , do ktorého šošovka S1 sústreďuje dopadajúce lúče, a potom obrazy O_2 a O_3 vytvorené postupne šošovkami S2 a S3 v zostave. Do obrázku výrazne nakreslite prechod jedného z lúčov celou sústavou. Z obrázku určte vzdialenosť výsledného obrazu O_3 od šošovky S3.
- Určte vzdialenosť výsledného obrazu O_3 od šošovky S3 výpočtom a výslednú hodnotu porovnajte s hodnotou získanou geometrickou konštrukciou.
- Určte podmienky pre ohniskové vzdialenosti, ktoré musia byť splnené, aby pri krajných polohách šošovky S2 ($x = 0$ a $x = d$) zo sústavy vystupovali lúče opäť ako rovnobežné.
- Zakreslite dve schémy optickej sústavy s dĺžkou $d = 4f_1$ pre splnené podmienky podľa bodu c) pre $x = 0$ a pre $x = d$. Pre oba prípady určte uhlové zväčšenie podľa vzťahu $z_u = \tan \varphi_3 / \tan \varphi_0$, kde φ_3 je uhol výstupných rovnobežných lúčov a φ_0 uhol vstupných rovnobežných lúčov vzhľadom na optickú os. Určte pomer uhlových zväčšení v oboch prípadoch.

4. Rozptyl röntgenového žiarenia

Pri prechode röntgenového lúča materiálovým prostredím dochádza k jeho útlmu, difrakcii a rozptylu. Útlm na biologickom tkanive sa využíva napr. v lekárskej diagnostike, difrakcia na kryštálovej mriežke sa využíva na vyšetovanie kvality kryštálov, rozptyl na voľných elektrónoch možno využiť na moduláciu frekvencie žiarenia.

Predmetom úlohy je rozptyl röntgenového žiarenia na voľných elektrónoch. Uvažujte dopad lúča röntgenového žiarenia na plyn voľných elektrónov. Interakciu žiarenia s elektrónmi možno modelovať pružnou zrážkou fotónu žiarenia s voľným elektrónom, ktorý bol pred zrážkou v pokoji.

- V prípade röntgenového žiarenia sa často uvádza energia fotónov. Uvažujte žiarenie v energii fotónov $E_{f0} = 1,0$ MeV. Určte vlnovú dĺžku λ_0 žiarenia a hybnosť p_{f0} fotónov. Energiu E_{f0} fotónu vyjadrite ako násobok pokojovej energie elektrónu E_{e0} .
- Pre energiu E_{f0} fotónu väčšiu ako je pokojová energia elektrónu E_{e0} určte akou rýchlosťou v_0 by sa mal pohybovať elektrón, aby mal rovnakú celkovú energiu E_e ako fotón. Rýchlosť vyjadrite ako násobok rýchlosti c svetla vo vákuu.

Röntgenový lúč sa prechodom cez plyn voľných elektrónov rozptyľuje do všetkých strán. Uvažujte pružnú zrážku fotónu s energiou E_{f0} s elektrónom, ktorý bol pred zrážkou v pokoji, pri ktorej sa fotón vychýli z pôvodného smeru pohybu o uhol α .

- Zrážku fotónu s elektrónom v pokoji znázorníte obrázkom (stav pred zrážkou a po zrážke) a napíšete základné rovnice, ktoré zrážku opisujú. Rovnice upravte tak, aby v nich vystupovali veličiny E_{f0} , E_f (energia fotónu pred zrážkou a po zrážke), p_e (hybnosť elektrónu po zrážke) a uhol α vychýlenia fotónu z pôvodného smeru pohybu.

Pozn.: Energiu elektrónu E_e vyjadrite pomocou hybnosti p_e .

- Určte energiu E_f a vlnovú dĺžku λ fotónu po zrážke. Energiu E_f určte v jednotkách MeV.
- Určte rýchlosť v elektrónu a celkovú energiu E_e ako násobok pokojovej energie E_{e0} elektrónu po zrážke.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty: rýchlosť svetla vo vákuu $c = 3,00 \times 10^8$ m·s⁻¹, Planckova konštanta $h = 6,67 \times 10^{-34}$ J·s, elementárny náboj $e = 1,602 \times 10^{-19}$ C, pokojová hmotnosť elektrónu $m_0 = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, $\alpha = 45^\circ$.

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – teoretické úlohy celoštátneho kola kategórie A

Návrh a úprava úloh: Lubomír Konrád, Ivo Čáp
Recenzia úloh: Lubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025