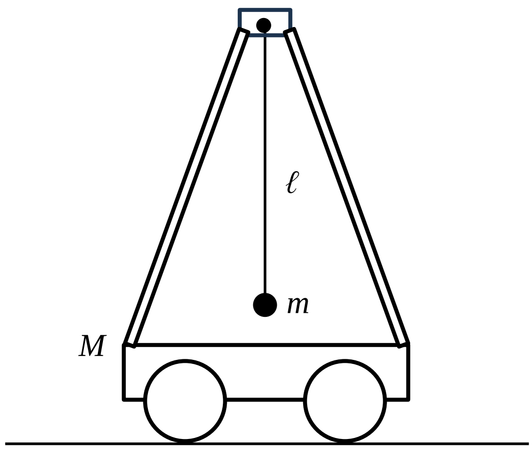
66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
krajské kolo kategória A

text úloh v maďarskom jazyku

1. Inga a kocsin

A fiúk szerették volna ellenőrizni az impulzus-megmaradás törvényét és a mechanikai energia megmaradásának törvényét. Ehhez egy egyszerű rendszert építettek az A2-1 ábra szerint, amelyet egy vízszintes alátétre helyeztek. A kiskocsira vékony rudakból álló szerkezetet erősítettek, és erre, egy vékony fonálon, egy kis tömegű golyót függesztettek fel. A fonál felfüggesztési pontjától a golyó középpontjáig mért távolság ℓ. A kiskocsi és a szerkezet együttes tömege M. A kiskocsi szabadon mozoghat a vízszintes alátéten az x-tengely mentén. A fonál a függőleges síkban lenghet ki. A szerkezet mindkét irányban lehetővé teszi a fonál maximális $\varphi_{\max} = 20°$ nagyságú kitérését az egyensúlyi függőleges helyzetből. A rendszerben a súrlódás, valamint a kerekek tehetetlenségi nyomatéka elhanyagolhatóan kicsi. A kiskocsi tömege elegendően nagy ahhoz, hogy kerekei folyamatosan érintkezzenek az alátéttel.



A2–1 ábra

a) A kiskocsinak először egy nagyon rövid tartamú vízszintes erőimpulzussal (az x tengely irányában) v_0 kezdősebességet adtak, majd megfigyelték a kiskocsi és a golyó mozgását. Az impulzus megadása után a fonál és a golyó kimozdult a függőleges helyzetéből. Határozzák meg a kiskocsi maximális kezdeti $v_{0\mathrm{m}}$ sebességét, hogy a fonál kitérése ne haladja meg a megadott $\varphi_{\max}$ értéket egyik irányban sem.

b) A golyó mozgásának következtében a kiskocsi sebessége is változott. Határozzák meg, a rendszer vízszintes (x-irányú) mozgása során, a kiskocsi maximális és minimális sebességének különbségét az alátét vonatkoztatási rendszerében, ha a kilengés értéke a maximális $\varphi_{\max}$ érték lehet!

c) Határozzák meg a fonál lengésének periódusát, ha a maximális kilendülés $\varphi_{\mathrm{m}} \ll 1$ rad!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a $p = \frac{M}{m} = 7{,}5$ tömegarányra, ha $\ell = 40$ cm! A nehézségi gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

2. A ballon

Egy meteorológiai ballon a kibocsájtása után emelkedik, térfogata növekszik, mígnem egy bizonyos magasságban szétpukkan, és a hozzá rögzített adó ejtőernyővel tér vissza a földre.

Feltételezzük, hogy a ballon vékony latexfóliából készült, és héliummal gömb alakú formára van felfújva, amelynek átmérője $d_0 = 200$ cm, a héliumgáz hőmérséklete $t_0 = 20$ °C. A héliummal töltött ballon és a felfüggesztett szonda együttes tömege $m = 3{,}0$ kg. A fólia anyaga rugalmas, és a ballon belsejében uralkodó nyomás csak nagyon kis mértékben tér el a külső légköri nyomástól.

a) Határozzák meg a ballonban lévő hélium m_{He} tömegét!

b) Határozzák meg a ballon kezdeti gyorsulását közvetlenül a kibocsájtás pillanata után!

A troposzféra hozzávetőleges magassága $h_{\mathrm{T}} = 10$ km, és azt adiabatikusnak tekintjük. Ez azt jelenti, hogy a légnyomás és a hőmérséklet változásai ebben az atmoszférarétegben adiabatikus folyamatként írhatók le, miközben a levegőt ideális gáznak tekintjük – Poisson-féle adiabatikus állandója $\kappa = 1{,}4$.

c) Vezessék le a levegő T hőmérsékletének, p nyomásának és ρ sűrűségének függvényeit a föld felszínétől mért h magasság függvényeként.

d) Vizsgálják meg, hogyan változik a ballonra ható levegő felhajtóereje a magasság növekedésével!

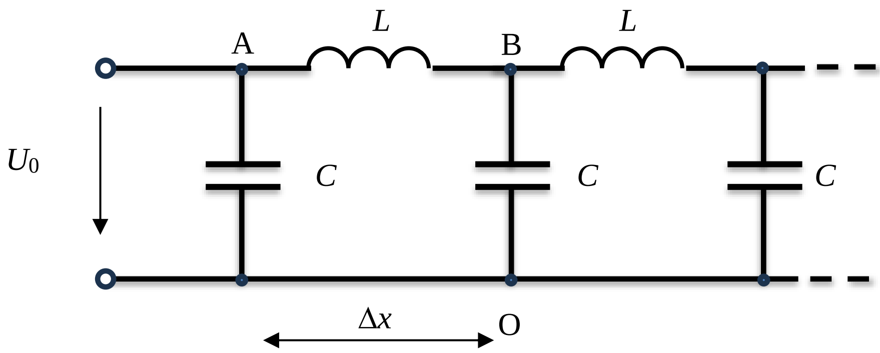
e) A ballon anyaga a ballon térfogatának kétszeresére történő növekedéséig képes ellenállni a nyújtásnak. Határozzák meg, hogy eléri-e a troposzféra felső határát, és ha nem, akkor milyen h_{p} magasságban pukkan szét!

A levegő nyomása a kibocsájtás helyén $p_0 = 103$ kPa, a levegő moláris tömege $M_{\mathrm{m}} = 29 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, A hélium moláris tömege: $M_{\mathrm{mHe}} = 4 \times 10^{-3}\ \mathrm{kg \cdot mol^{-1}}$, a moláris gázállandó $R = 8{,}314\ \mathrm{J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}}$, a gravitációs gyorsulás $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.
A felfüggesztett adó térfogata elhanyagolható a ballon térfogatához képest. A ballon nagyon lassan emelkedik, ezért a benne lévő hélium hőmérséklete és nyomása mindig megegyezik a környezet hőmérsékletével és nyomásával.

3. A vezeték

A jelátvitelhez hosszú vezetékeket használnak. Az árammal átjárt vezetők körül mágneses tér alakul ki, amely a vezeték induktivitásával jellemezhető. A vezetők között keletkező elektromos tér a vezeték kapacitásával írható le.

Vizsgálják meg az A2-2 ábrán látható vezetékmodellt! A vezetéket egyforma, rövid Γ szakaszokra osztjuk, amelyek hossza Δx, induktivitása $L = \lambda\Delta x$ és kapacitása $C = \kappa\Delta x$. A vezeték bemenete egy váltakozó feszültségű áramforrásra van kapcsolva, amelynek feszültsége $U_0 = U_{0\mathrm{m}}\sin(\omega t)$.



A2–2 ábra

a) Határozzák meg a vezeték bemeneti komplex impedanciáját az ω, L és C paraméterek függvényeként!

b) Határozzák meg azon szögfrekvenciák tartományát, amelyben a vezeték képes jelet továbbítani, valamint ezen frekvenciatartomány f_k határértékét!

c) Határozzák meg a feszültség $\Delta\varphi$ fáziseltolódását az A és B csomópontok között! Fejezzék ki a jel c terjedési fázissebességét az ω szögfrekvencia függvényeként! Számítsák ki a fázissebesség c_0 értékét az $f \ll f_k$ esetben!

A feladatot oldják meg általánosan, majd a következő értékekre $\lambda = 3{,}2 \times 10^{-7}\ \mathrm{H \cdot m^{-1}}$, $\kappa = 3{,}5 \times 10^{-11}\ \mathrm{F \cdot m^{-1}}$, $\Delta x = 10{,}0\ \mathrm{m}$!

Használhatják az alábbi összefüggést $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\sin^2\alpha} - 1}}$, valamint az $\arcsin x \approx x$ közelítő összefüggést, ha $|x| \ll 1$.

4. Uránium

A természetben négy bomlási sor létezik, amelyekben az urán több izotópja is előfordul. Az egyik bomlási sor (az *uránsor*) az ^{238}U izotóppal kezdődik: α-bomlásának felezési ideje $T_1 = 4{,}468 \times 10^9$ év. A második sor (*aktíniumsor*) az ^{235}Uizotóppal kezdődik: α-bomlásának felezési ideje $T_2 = 7{,}038 \times 10^8$ év. Ezen kívül a természetes uránban megmegtalálható az ^{234}U izotóp is: α-bomlásának felezési ideje $T_3 = 2{,}455 \times 10^5$ év.

Ez az izotóp az ^{238}U átalakulásából alfa-bomlással, majd két egymást követő béta-bomlással keletkezik (az utóbbiak felezési ideje nagyon rövid, 24,1 nap és 1,17 perc).

a) Határozzák meg az ^{238}U és ^{235}U izotópok alfa-aktivitását egy $m = 10$ g tömegű természetes uránmintában!

b) Mekkora hányadát ($p_{3\mathrm{U}}$), teszi ki az ^{234}U izotóp a természetes uránmintának, amikor az izotóparányok beállnak az egyensúlyi állapotba?

Tegyük fel, hogy a vizsgálat kezdetén a mintában az ^{234}U koncentrációja nulla!

c) Vezessék le az ^{234}U izotóp koncentrációjának időbeli függését!

Feltételezzük, hogy a nehéz elemek a Föld keletkezésekor kerültek ide kozmikus anyagból. Azóta folyamatosan zajlik a radioaktív bomlásuk.

d) Határozzák meg az ^{234}U és ^{238}U izotópok atomjainak jelenlegi arányát (4,5 milliárd év elteltével (a Föld keletkezése óta) a c) részben kapott összefüggés felhasználásával!

Az Avogadro-állandó $N_\mathrm{A} = 6{,}023 \times 10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$, a természetes uránmintában az egyes izotópok aránya ^{238}U: $p_1 = 99{,}28\ \%$, ^{235}U: $p_2 = 0{,}71\ \%$

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy krajského kola kategórie A
Návrh a úprava úloh: Ľubomír Konrád 1, Ivo Čáp 2, 3, 4
Recenzia úloh: Ľubomír Mucha, Aba Teleki
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2025