66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
domáce kolo kategória F
riešenie úloh

1. Anglosaské jednotky dĺžky

Riešenie

a) Námorná míľa je rovná dĺžke rovníka delená 360° a ešte 60 minút na stupeň

$$1\,\text{nautical mile} = \frac{40\,000\,000\ \text{m}}{360°\ 60'/°} = 1851{,}9\ \text{m}$$ - doplníme do tabuľky. 1 bod

b) Medzinárodná míľa 1 mile = 5 000 × 0,3218 m = 1 609 m – doplníme do tabuľky 1 bod

c) Tabuľka (30 prázdnych buniek): max. 5 bodov

	m	in	ft	yd	chn	M	NM
1 m	1	39,370	3,2808	1,0936	0,4971	0,000621	0,00054
1 in	0,02540	1	0,083333	0,027778	0,001263	0,000016	0,000014
1 ft	0,30480	12	1	0,33333	0,015152	0,000189	0,000165
1 yd	0,91440	36	3	1	0,045455	0,000568	0,000494
1 chn	20,117	792,00	66	22	1	0,0125	0,010862
1 M	1 609,0	63 360	5 280,0	1 760,0	80,000	1	0,86897
1 NM	1 851,9	72 913	6 076,1	2 025,4	92,062	1,1508	1

d) V obdĺžniku so stranami $x = 16$ a $y = 9$ je uhlopriečka $z = \sqrt{16^2 + 9^2} = 18{,}36$. Pri uhlopriečke $c = 6{,}67''$ je dĺžka strán $a = \frac{x}{z}c = \frac{16}{18{,}36}6\times 6{,}67'' = 5{,}81''$ a $b = \frac{y}{z}c = \frac{9}{18{,}36}6\times 6{,}67'' = 3{,}27''$. Obsah displeja je $S = ab = \frac{xy}{z^2}c^2 = 19\text{inch}^2$. Pri rozlíšení $K = 200$ Mpx pripadá na jeden pixel – štvorcové políčko so stranou d, plocha $d^2 = S/K$. Potom $d = \sqrt{S/K}$ a dĺžková hustota bodov

$$D = \frac{1}{d} = \sqrt{\frac{K}{S}} = \frac{z}{c}\sqrt{\frac{K}{xy}} = \frac{18{,}36}{6{,}67''}\sqrt{\frac{200\cdot 10^6}{16\cdot 9}} = 3244\ \text{dpi}\,.$$

Vzdialenosť susedných bodov

$$d = \frac{1}{D} = \frac{1}{3244\,\text{inch}^{-1}}\times 2{,}54\,\frac{\text{cm}}{\text{inch}} = 7{,}83\times 10^{-4}\ \text{cm} = 7{,}83\ \mu\text{m}\,.$$ 2 bod

e) Vyjadríme rýchlosť zvuku v jednotkách knot = mile/hod

$$c = 334\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\times\frac{3600\ \text{s}}{1\ \text{h}}\times\frac{1\ \text{M}}{1609\ \text{m}} = 747\,\frac{\text{M}}{\text{h}} = 747\ \text{knot}\,.$$

Rýchlosť zvuku prekročil

$$\frac{v}{c} = \frac{1500\ \text{knot}}{747\ \text{knot}} = 2\,.$$

Rýchlosť zvuku prekročil 2 × (Machovo číslo Ma = 2). 1 bod

2. Drobná hmota

Riešenie

a) Násobky základnej jednotky vyjadrujeme predponami alebo mocninou čísla 10. 10^N je číslo, v ktorom za jednotkou nasleduje N núl, napr. 1 Mm = 10^6 m = 1 000 000 m). Podobne 10^{-N} je zlomok s číslom 1 v čitateli a v menovateli s číslom, v ktorom za jednotkou nasleduje N núl, napr. 1 μm = 10^{-6} m = 1/1 000 000 m.

Predpona y = yotta predstavuje 10^{-24}, tzn, 1 yg = 10^{-24} g = 10^{-27} kg.
Predpona Y = yokto predstavuje 10^{24}, tzn 1 Yg = 10^{24} g = 10^{21} kg. 2 body

b) Hmotnosť atómu označíme m_H a objem na jeden atóm V_1 = 1 cm^3.

Hmotnosť atómov vodíka v objeme $V_2 = a^3$ kocky s hranou a

$$m_1 = m_H \frac{a^3}{V_1} = \left(1{,}66\times10^{-24}\,\mathrm{g}\right)\frac{\left(1000\times10^3\,\mathrm{m}\right)^3}{1\times10^{-6}\,\mathrm{m}^3} = 1{,}66\ \mathrm{g}\,.$$ 2 vody

c) Uvedená kocka má hranu $2d_{ZS}$ a objem $V_2 = (2d_{ZS})^3$. Kocka s objemom V_1 sa do nej zmestí

$$N = \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{2d_{ZS}}{a}\right)^3 = \left(2\,\frac{150\times10^9\ \mathrm{m}}{1\times10^6\ \mathrm{m}}\right)^3 = 2{,}7\times10^{16}\ \text{krát.}$$ 2 body

d) Hmotnosť atómov vodíka vo voľnom priestore väčšej kocky $m_2 = N\,m_1$

$$m_2 = m_1 N = (1{,}66\ \mathrm{g})(2{,}7\times10^{16}) = 4{,}48\times10^{16}\mathrm{g} = 4{,}48\times10^{13}\mathrm{kg} = 44{,}8\ \mathrm{Pg}.$$
2 body

e) Lineárne rozmery Slnečnej sústavy sú 1 00 krát väčšie, a teda objem $V_3 = (100)^3\,V_2$. Hmotnosť atómov vodíka v tomto objeme

$$m_3 = (100)^3\,m_2 = 4{,}48\times10^{22}\ \mathrm{g} = 4{,}48\times10^{19}\ \mathrm{kg} = 44{,}8\ \mathrm{Zg}\,.$$ 2 body

3. Nádoby

Riešenie

a) Hydrostatický tlak, ktorý pôsobí na malú nádobu zdola zvislo nahor, $p_V = \rho h_0 g$,

a vztlaková sila pôsobiaca na malú nádobu má veľkosť $F_V = \rho h_0 g S$.
Táto sila je rovná tiaži malej nádoby s kvapalinou $F_V = \rho h_0 g S = \rho_Z h_1 g S$.
Pre hustotu ρ_Z kvapaliny Z dostávame

$$\rho_Z = \frac{h_0}{h_1}\rho = \frac{2{,}0}{3{,}0}\ 1{,}00\ \mathrm{g/cm^3} = 0{,}67\ \mathrm{g/cm^3}$$ 4 body

Rovnako počítame hustotu ρ_F (postupov je viac, možno využiť tiež $\rho_Z h_1 = \rho_F h_2$, čo vyplýva z rovnakého ponoru rovnakých malých nádob v rovnakej kvapaline)

$$\rho_F = \frac{h_0}{h_2}\rho = \frac{2{,}0}{1{,}0}\ 1{,}00\ \mathrm{g/cm^3} = 2{,}00\ \mathrm{g/cm^3}$$ 3 body

b) Po ponorení malej nádoby s kvapalinou Z do nádoby s kvapalinou F tiež nastane rovnováha síl tiaže malej nádoby s kvapalinou Z a vztlakovej sily kvapaliny F $\rho_F\,h_3\,g\,S = \rho_Z\,h_1\,g\,S$,

odkiaľ máme $h_3 = \frac{\rho_Z}{\rho_F} h_1 = 1{,}00\ \mathrm{cm}$ 3 body

4. Pohoria na Zemi a planétach

Riešenie

a) Zemská kôra je rozlámaná na kontinentálne (litosferické) platne, ktoré na tekutej magme plávajú rýchlosťou niekoľko centimetrov za rok. Keď platne na seba narazia, v dôsledku obrovského tlaku sa začne pevnina dvíhať a popri nárazníkovej čiare vzniká pohorie. Keď narazil indický kontinent z juhu na ázijskú platňu, vznikli Himaláje, nárazom africkej platne na euroázijskú vzniklo na európskej strane pohorie Alpy a na africkej Atlas, tlakom severoamerickej platne na pacifickú vznikli Kordillery a juhoamerickej na pacifickú Andy. 1 bod

Litosferická platňa pláva na magmatickej vrstve a pôsobí na ňu tlakom. V mieste zoslabenia môže magma prenikať na povrch a dochádza tak k vulkanickej činnosti. Vyvierajúca magma na povrchu Zeme chladne a vytvára horu – sopku, a tá postupne narastá až kým sa rast nezastaví. K výraznej vulkanickej činnosti dochádza najmä pozdĺž kontaktnej čiary litosferických dosiek, napr. Atlantický chrbát (kontakt medzi euroázijskou a severoamerickou platňou), kde vznikol vulkanickou činnosťou Island, západné pobrežie Ameriky, ako aj východné pobrežie Ázie sú oblasťami intenzívnej vulkanickej činnosti. 1 bod

b) Stĺp má hmotnosť $m_\mathrm{B} = \rho_\mathrm{B} S h$ a na podstavu pôsobí sila $F_\mathrm{B} = m_\mathrm{B} g_\mathrm{Z}$. Táto sila vytvára na obsahu S podstavy tlak $\sigma = \dfrac{F_\mathrm{B}}{S} = \rho_\mathrm{B}\, h\, g_\mathrm{Z}$.

Z podmienky $\sigma \le \sigma_\mathrm{B}$ dostávame maximálnu výšku stĺpa $h_\mathrm{B} = \dfrac{\sigma_\mathrm{B}}{\rho_\mathrm{B}\, g_\mathrm{Z}}$ = 1700 m. 2 body

c) V prípade granitu je maximálna výška $h_\mathrm{G} = \dfrac{\sigma_\mathrm{G}}{\rho_\mathrm{G}\, g_\mathrm{Z}}$ = 9 450 m. 2 body

Výška Mont Everestu sa tejto hodnote blíži.

d) V prípade bazaltu je maximálna výška $h_\mathrm{C} = \dfrac{\sigma_\mathrm{C}}{\rho_\mathrm{C}\, g_\mathrm{Z}}$ = 10 200 m. 2 body

Keďže sopka vzniká na dne oceánu v hĺbke okolo 5 000 m a vrchol je v nadmorskej výške 4 169 m, je celková výške sopky nad jej základňou okolo 9 000 m, čo je blízke vypočítanej medznej hodnote.

e) Ak vzniká sopka na povrchu Marsu, uvažujeme menšiu gravitačnú konštantu na Marse. Pre parametre bazaltu tak dostávame medznú hodnotu

$$h_\mathrm{CM} = \frac{\sigma_\mathrm{C}}{\rho_\mathrm{C}\, g_\mathrm{M}} = 27\ \text{km}.$$ 2 body

Táto hodnota sa zhoduje s výškou sopky získanou z astronomických pozorovaní.

5. Tekuté vonkajšie jadro Zeme

Riešenie

a) T – tera – 10^{12}, P – peta – 10^{15}, E – exa – 10^{18}, Z – zetta – 10^{21}, Y – yotta – 10^{24}, R – ronna – 10^{27}, p – piko – 10^{-12}, f – femto – 10^{-15}, a – atto – 10^{-18}, z – zepto – 10^{-21}, y – yokto – 10^{-24}.
2 body

b) Celkový výkon odvedený z povrchu Zeme

$$P_\mathrm{Z} = q_\mathrm{Z}\, S_\mathrm{Z} = 46\ \text{TW}.$$ 2 bod

Ľudská produkcia tepla $P_\mathrm{C} = \dfrac{Q_\mathrm{C}}{1\,\mathrm{rok}} = \dfrac{630\times10^{18}\ \mathrm{J}}{365{,}25\,\mathrm{d}\times24\,\mathrm{h/den}\times3600\ \mathrm{s/h}}$ = 20 TJ/s = 20 TW 2 bod

Vidíme, že odvod tepla z povrchu Zeme je porovnateľný (dvojnásobný) ako produkcia tepla ľudskou činnosťou.

c) Vyjadríme výkon $P = \dfrac{Q}{\Delta t} = \dfrac{\rho_\mathrm{J} V_\mathrm{J} c_\mathrm{J} \Delta T}{\Delta t}$,

odkiaľ zodpovedajúci čas

$$\Delta t = \frac{\rho_\mathrm{J} V_\mathrm{J} c_\mathrm{J} \Delta T}{P} =$$

$$= \frac{\left(12{,}3\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}\right)\left(130\times10^{18}\ \mathrm{m^3}\right)\left(700\ \mathrm{J/°C/kg}\right)\left(1\,000\ \mathrm{°C}\right)}{\left(46\times10^{12}\ \mathrm{W}\right)} = 24\ \mathrm{Ps} = 0{,}77\ \text{mld. rokov.}$$

3 body

d) V zemskej kôre sa vyskytuje malé množstvo rádioaktívnych látok, najmä urán, tórium a draslík, ktorých sa uvoľňuje pri rádioaktívnej premene teplo. Určité teplo sa uvoľňuje aj v dôsledku vnútorného trenia vznikajúceho pri pôsobení slapových síl od Slnka a Mesiaca. 1 body

6. Chladiaci vankúšik

Riešenie

a) Z hodnôt hmotností je zrejmé, že zamrzla iba časť vody. Rovnováha medzi ľadom a vodou nastáva pri teplote tuhnutia ľadu t_0 = 0 °C. 2 body

b) Vankúšik prijal teplo, ktoré zodpovedá ochladeniu vody na teplotu tuhnutia a stuhnutiu časti vody

$$Q = m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} \left(t_\mathrm{v} - t_0\right) + \left(m'_\mathrm{ch} - m_\mathrm{ch}\right) \ell_\mathrm{t} = 67{,}7\ \mathrm{kJ}.$$ 3 body

c) Prijaté teplo zohreje vankúšik na výslednú teplotu t_0

$$Q = C_\mathrm{ch} \left(t_0 - t_\mathrm{ch}\right) = m_\mathrm{ch} c_\mathrm{ch} \left(t_0 - t_\mathrm{ch}\right),$$

odkiaľ dostávame

$$C_\mathrm{ch} = \frac{Q}{t_0 - t_\mathrm{ch}} = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} \left(t_\mathrm{v} - t_0\right) + \left(m'_\mathrm{ch} - m_\mathrm{ch}\right) \ell_\mathrm{t}}{t_0 - t_\mathrm{ch}} = 3{,}39\ \mathrm{kJ/°C}$$ 3 body

a $c_\mathrm{ch} = \dfrac{C_\mathrm{ch}}{m_\mathrm{ch}}$ = 13,6 J/(°C·g). 2 body

7. Zrnká maku *(experimentálna úloha)* (Aba)

Podľa úrovne spracovania max. 10 bodov

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy okresného kola kat. F
Autori úloh: Aba Teleki (2, 4, 5, 7, Boris Lacsný (1, 3, 6)
Recenzia úloh: Ivo Čáp,
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydal: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže NIVaM Bratislava 2024