66. ročník Fyzikálnej olympiády
v školskom roku 2024/2025
domáce kolo kategória E
riešenie úloh

1. Nádoby

Riešenie

a) Hydrostatický tlak, ktorý pôsobí na malú nádobu zdola zvislo nahor,

$$p_\mathrm{v} = \rho h_0 g,$$

a vztlaková sila pôsobiaca na malú nádobu má veľkosť

$$F_\mathrm{v} = \rho h_0 g S\ .$$

Táto sila je rovná tiaži malej nádoby s kvapalinou

$$F_\mathrm{v} = \rho h_0 g S = mg + \rho_\mathrm{Z} h_1 g S.$$

Pre hustotu ρ_Z kvapaliny Z dostávame

$$\rho_\mathrm{Z} = \frac{h_0}{h_1}\rho - \frac{m}{h_1 S} = \frac{2{,}0}{3{,}0}1{,}00 - \frac{50}{3{,}0 \cdot 200} = 0{,}58\ \mathrm{g/cm^3}$$ 4 body

Rovnako počítame hustotu ρ_F (postupov je viac, možno využiť tiež $\rho_\mathrm{Z} h_1 = \rho_\mathrm{F} h_2$, čo vyplýva z rovnakého ponoru rovnakých malých nádob v rovnakej kvapaline)

$$\rho_\mathrm{F} = \frac{h_0}{h_2}\rho - \frac{m}{h_2 S} = \frac{2{,}0}{1{,}0}1{,}00 - \frac{50}{1{,}0 \cdot 200} = 1{,}75\ \mathrm{g/cm^3}$$ 4 body

b) Po ponorení malej nádoby s kvapalinou Z do nádoby s kvapalinou F tiež nastane rovnováha síl: tiaže malej nádoby s kvapalinou Z a vztlakovej sily kvapaliny F

$$\rho_\mathrm{F}\, h_3\, g\, S = mg + \rho_\mathrm{Z}\, h_1\, g\, S\ ,$$

odkiaľ máme

$$h_3 = \frac{\rho_\mathrm{Z}}{\rho_\mathrm{F}} h_1 + \frac{m}{\rho_\mathrm{F} S} = 1{,}14\ \mathrm{cm}$$ 2 body

2. Autobus MHD medzi zastávkami

Riešenie

a) Dráha autobusu počas rozbiehania $s_1 = v_{\mathrm{p}1} t_1 = \frac{v_c}{2} t_1 = 200\ \mathrm{m}.$ 3 body

b) Celková vzdialenosť medzi zastávkami A a B

$$d_\mathrm{AB} = s_1 + s_2 + s_3 = 1300\ \mathrm{m}$$ 3 body

c) Doba t_2, po ktorú sa autobus pohybuje konštantnou cestovnou rýchlosťou

$$t_2 = \frac{s_2}{v_c} = 75{,}0\ \mathrm{s}$$

Doba t_3, za ktorú autobus spomalil z cestovnej rýchlosti v_c a zastavil

$$t_3 = \frac{s_3}{v_{\mathrm{p}1}} = \frac{s_3}{v_c/2} = 15{,}0\ \mathrm{s}.$$

Priemerná rýchlosť medzi zastávkami A a B

$$v_{\mathrm{p}2} = \frac{d_\mathrm{AB}}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{1300}{110}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 11{,}8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 42{,}5\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$$ 4 body

3. Ľadový stĺp

Riešenie

a) Medená kocka odovzdávala teplo ľadu, čím sa ochladzovala. V okamihu, keď jej teplota dosiahla teplotu ľadu ($t_0 = 0{,}0$ °C) bol teplotný rozdiel medzi medenou kockou a ľadom nulový, preto kocka ďalej neodovzdávala teplo ľadu a ten sa prestal roztápať, pokles kocky sa zastavil.

3 body

b) Hmotnosť kocky $m_{\mathrm{Cu}} = \rho_{\mathrm{Cu}} a^3 = 71{,}5$ kg.

Zmena teploty medenej kocky $t_1 - t_0 = 180{,}0$ °C a kockou odovzdané teplo

$Q_1 = m_{\mathrm{Cu}} c_{\mathrm{Cu}} (t_1 - t_0) = 4{,}93$ MJ.

Hmotnosť roztopeného ľadu $m_{\mathrm{ľ}}$ je dané prijatým teplom $Q_1 = m_{\mathrm{ľ}} l_t$

$m_{\mathrm{ľ}} = \frac{Q_1}{l_t} = 14{,}8$ kg 3 body

c) Výška h_1 ľadového stĺpca po zastavení roztápania,

$h_1 = h_0 - \frac{m_{\mathrm{ľ}}}{\rho_{\mathrm{ľ}} a^2} = 59{,}8$ cm. 2 body

d) Zmena ΔE_{p} polohovej energie kocky pri uvedenom poklese

$\Delta E_{\mathrm{p}} = \mathrm{m}_{Cu} h_1 g = 281$ J.

Táto energia je zanedbateľne malá oproti odovzdanému teplu a môžeme ju pri výpočtoch zanedbať.

2 body

4. Vodná para

Riešenie

a) Pri sušení zamrznutej bielizne (odparovaní ľadu) sa uplatní jav sublimácie, tzn. skupenskej premeny tuhej látky priamo na paru. 2 body

b) Potením sa organizmus bráni proti prehriatiu. Keď sa mení pot na paru, odoberá koži skupenské teplo vyparovania, a tým ju ochladzuje. Rýchlosť vyparovania závisí od vlhkosti nad povrchom vody – najlepšie sa voda vyparuje ak je okolitý vzduch suchý, pri zväčšovaní vlhkosti rýchlosť vyparovania klesá až k nule pri 100 % vlhkosti (nad povrchom vody je nasýtená para). 2 body

c) Odpoveď súvisí s predchádzajúcou odpoveďou. Ak sa voda vyparuje z povrchu vody, vzniká v blízkosti povrchu tenká vrstva pary, tzn. veľkej vlhkosti, ktorá ďalšie vyparovanie brzdí. Ak chceme intenzitu vyparovania zvýšiť, musí sa táto vrstvička odfúknuť. Podobne, ako keď chladíme čaj alebo polievku, keď do nej fúkame. 2 body

d) Použijeme úvahu zo zadania.

Teplo na zohriatie vody $Q_1 = m c_{\mathrm{v}} (t_{\mathrm{v}} - t_0)$.

Teplo na vyparenie vody $Q_2 = m \ell_{\mathrm{v}}$.

Teplo na ochladenie vzniknutej pary $Q_3 = m c_{\mathrm{p}} (t_{\mathrm{v}} - t_0)$.

Teplo na odparenie vody s hmotnosťou *m* pre teplote t_0 je potom

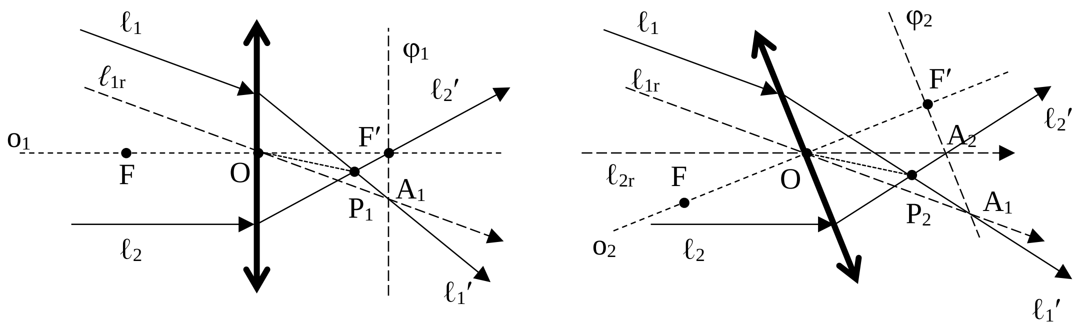
$Q = Q_1 + Q_2 - Q_3 = m(c_{\mathrm{v}} - c_{\mathrm{p}})(t_{\mathrm{v}} - t_0) + m \ell_{\mathrm{v}} = 2{,}44$ kJ 4 body

5. Kade idú lúče

Riešenie

Pri zostrojovaní chodu lúčov cez šošovku vychádzame z niekoľkých pravidiel:

1. Optická os je priamka prechádzajúce ohniskami a stredom šošovky.
2. Rovnobežné lúče dopadajúce na šošovku sa stretávajú v obrazovej ohniskovej rovine (rovina kolmá na optickú os prechádzajúca obrazovým ohniskom)
3. Lúče vychádzajúce z bodu v predmetovej ohniskovej rovine sú po prechode šošovkou vzájomne rovnobežné.
4. Lúč prechádzajúci stredom šošovky sa neláme.



Obr. RE–1

Pri riešení úlohy môžeme postupovať podľa obrázku.

- zostrojíme optické osi o_1 a o_2 v prvom i druhom prípade – stred O druhej šošovky leží na optickej osi o_1 prvej šošovky
- zostrojíme obrazové ohniskové roviny φ_1 a φ_2 prechádzajúce ohniskami F′ v oboch prípadoch
- v obrázku vľavo zostrojíme lúč ℓ_{1r} rovnobežný s lúčom ℓ_1 a prechádzajúci stredom O šošovky (tento lúč sa neláme)
- tento lúč pretína ohniskovú rovinu φ_1 v bode A_1
- lúč ℓ_1 sa za šošovkou láme do bodu A_1 v ohniskovej rovine - ℓ_1'
- lúč ℓ_2 rovnobežný s optickou osou sa láme do ohniska F′ - ℓ_2'
- hľadaný bod P_1 je priesečník lúčov ℓ_1' a ℓ_2'

Na obrázku vpravo postupujeme rovnako s tým rozdielom, že pomocný rovnobežný lúč stredom šošovky použijeme pre oba lúče. Opäť zostrojíme lúče ℓ_1' a ℓ_2' po prechode šošovkou a na ich priesečníku dostávame bod P_2.

Správne riešenie 8 bodov

Po zostrojení priesečníkov P_1 a P_2 na jednom obrázku s tým, že stred šošovky zostane po naklonení na pôvodnom mieste na osi o_1, môžeme v oboch obrázkoch zostrojiť úsečku OP_1 a OP_2. Posunutím úsečky OP_2 do prvého obrázku zistíme, že naklonením šošovky sa poloha priesečníku P v priestore nezmení.

2 body

6. Cyklisti a pes

Riešenie:

a) V prvom prípade pes behá po dobu t_1, kým sa cyklisti nestretnú. Rýchlosť vzájomného približovania je súčtom ich rýchlostí, takže

$$t_1 = \frac{d}{v_\mathrm{A} + v_\mathrm{P}} .$$

Pes za tento čas prebehne celkovú dráhu

$$s_1 = v_\mathrm{R}\, t_1 = \frac{v_\mathrm{R}}{v_\mathrm{A} + v_\mathrm{P}} d \ = 370\ \mathrm{m}. \qquad \text{2 body}$$

b) Ak beží pes hore kopcom k Petrovi, stretnú sa za čas

$$t_\mathrm{2h} = \frac{d}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} .$$

Pes prebehne dráhu

$$s_\mathrm{2h} = v_\mathrm{R1}\, t_\mathrm{2h} = \frac{v_\mathrm{R1}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} d$$

a vzdialenosť medzi A a P sa zmení na

$$d_1 = d - \left(v'_\mathrm{A} + v'_\mathrm{P}\right) t_\mathrm{2h} = d - \left(v'_\mathrm{A} + v'_\mathrm{P}\right) \frac{d}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} = \frac{v_\mathrm{R1} - v'_\mathrm{A}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} d$$

Ak pes beží nadol, k Aničke dobehne za čas

$$t_\mathrm{2d} = \frac{d_1}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} ,$$

prebehne dráhu

$$s_\mathrm{2d} = v_\mathrm{R2}\, t_\mathrm{2d} = \frac{v_\mathrm{R2}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} d_1 = \frac{v_\mathrm{R2}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} \frac{v_\mathrm{R1} - v'_\mathrm{A}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} d$$

a vzdialenosť medzi cyklistami sa zmení na

$$d_2 = d_1 - \left(v'_\mathrm{A} + v'_\mathrm{P}\right) t_\mathrm{2d} = \frac{v_\mathrm{R2} - v'_\mathrm{P}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} d_1 = \frac{v_\mathrm{R2} - v'_\mathrm{P}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} \frac{v_\mathrm{R1} - v'_\mathrm{A}}{v_\mathrm{R1} + v'_\mathrm{P}} d \qquad \text{2 body}$$

Pes od Aničky k Petrovi a nazad prebehne dráhu

$$s_2 = s_\mathrm{2h} + s_\mathrm{2d} = \frac{v_\mathrm{R1}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} d + \frac{v_\mathrm{R2}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}} \frac{v_\mathrm{R1} - v'_\mathrm{A}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} d = \frac{v_\mathrm{R1}}{v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}} \left(1 + \frac{v_\mathrm{R2}}{v_\mathrm{R1}} \frac{v_\mathrm{R1} - v'_\mathrm{A}}{v_\mathrm{R2} + v'_\mathrm{A}}\right) d \ = 300\ \mathrm{m}.$$

2 body

c) Zo vzťahu pre dráhu s_2 vidíme, že jej veľkosť závisí iba od začiatočnej vzdialenosti d cyklistov. Výraz pred d je konštanta daná iba rýchlosťami, ktoré sa pri opakovanom behu nemenia. Keďže druhé kolo behu štartuje pes pri vzdialenosti cyklistov d_2, je pomer prebehnutých dráh s_3/s_2 rovnaký, ako pomer začiatočných vzdialeností d_2/d. Konkrétne prebehnutá dráha

$$s_3 = \frac{2 v_\mathrm{R1} v_\mathrm{R2} - \left(v_\mathrm{R2} - v_\mathrm{R1}\right) v'_\mathrm{A}}{\left(v'_\mathrm{P} + v_\mathrm{R1}\right)\left(v'_\mathrm{A} + v_\mathrm{R2}\right)} d_2$$

Určíme pomer dráh v po sebe nasledujúcich cykloch

$$\frac{s_3}{s_2} = \frac{\dfrac{2v_{R1}v_{R2} - (v_{R2} - v_{R1})v'_A}{(v'_P + v_{R1})(v'_A + v_{R2})} d_2}{\dfrac{v_{R1}}{v'_P + v_{R1}} \left(1 + \dfrac{v_{R2}}{v_{R1}} \dfrac{v_{R1} - v'_A}{v_{R2} + v'_A}\right) d} = \frac{\dfrac{2v_{R1}v_{R2} - (v_{R2} - v_{R1})v'_A}{(v'_P + v_{R1})(v'_A + v_{R2})} \dfrac{v_{R2} - v'_P}{v_{R2} + v'_A} \dfrac{v_{R1} - v'_A}{v_{R1} + v'_P}}{\dfrac{v_{R1}}{v'_P + v_{R1}} \left(1 + \dfrac{v_{R2}}{v_{R1}} \dfrac{v_{R1} - v'_A}{v_{R2} + v'_A}\right)}$$

a po úprave

$$\frac{s_3}{s_2} = \frac{v_{R2} - v'_P}{v_{R2} + v'_A} \frac{v_{R1} - v'_A}{v_{R1} + v'_P} = k = 0{,}089, \text{ pričom } |k| < 1.$$ 2 body

Pomer dráh po sebe nasledujúcich dráh je konštantný, a teda celková dráha psa do stretnutia cyklistov bude (podľa vzťahu pre súčet radu v zadaní)

$$s_c = s_2 \left(1 + k + k^2 + \cdots\right) = s_2 \frac{1}{1 - k}$$

a po dosadení a úprave

$$s_c = \frac{2v_{R1}v_{R2} + v'_A (v_{R1} - v_{R2})}{(v_{R2} + v_{R1})(v'_P + v'_A)} d = 329 \text{ m.}$$ 2 body

7. Dĺžka metra *(Experimentálna úloha)*

Podľa úrovne spracovania max. 10 bodov

Fyzikálna olympiáda – 66. ročník – úlohy okresného kola kat. E
Autori úloh: Aba Teleki (4, 5, 6, 7), Boris Lacsný (1, 2, 3)
Recenzia úloh: Ivo Čáp,
Redakcia: Ivo Čáp
Úlohy preložil: Aba Teleki
Vydalo: Slovenská komisia fyzikálnej olympiády
Národný inštitút vzdelávania a mládeže, Bratislava 2024