

MATEMATICKÁ OLYMPIÁDA 2024/2025

Riešenia úloh okresného kola kategórie Z5

1 Janka a Danka jedli počas týždňa ovocie. Janka jedla len hrušky alebo jablká, Danka jedla iba čerešne. Každý deň zjedla Janka najviac jeden kus ovocia a Danka jedla v ten istý deň čerešne podľa nasledujúceho rozpisu:

- Keď Janka zjedla hrušku, zjedla Danka dve čerešne.
- Keď Janka zjedla jablko, zjedla Danka tri čerešne.
- Keď Janka nezjedla žiadne ovocie, zjedla Danka šesť čerešní.

Od pondelka do nedele zjedla Danka dokopy 19 čerešní.

Koľko ktorého ovocia mohla zjesť za ten istý týždeň Janka? Nájdite obe možnosti.

(Erika Novotná)

Riešenie:

Danka každý deň zjedla 2, 3 alebo 6 čerešní. Za sedem dní ich zjedla dokopy 19. Pomocou siedmich sčítancov 2, 3 alebo 6 je možné číslo 19 (až na poradie sčítancov) vyjadriť len dvomi spôsobmi:

- $6 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$,
- $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2$.

V prvom prípade by Danka zjedla 1-krát 6 čerešní, 1-krát 3 čerešne a 5-krát 2 čerešne. To znamená, že Janka by zjedla 1-krát jablko, 5-krát hrušku a jeden deň by nezjedla žiadne ovocie.

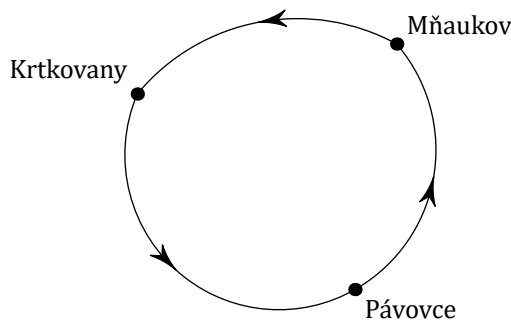
V druhom prípade by Danka zjedla 5-krát 3 čerešne a 2-krát 2 čerešne. To znamená, že Janka by zjedla 5-krát jablko a 2-krát hrušku.

Janka teda za daný týždeň zjedla buď 1 jablko a 5 hrušiek, alebo 5 jablák a 2 hrušky.

Pokyny:

3 body za vyjadrenie súčtu 19 pomocou siedmich sčítancov spomedzi 2, 3 a 6; 3 body za vyvodenie záverov o počte zjedených jablák a hrušiek za daný týždeň.

2 Okružná cesta spája tri dediny tak ako na obrázku. Vo vyznačenom smere to je z Pávoviec do Krtkovian 10 km, z Mňaukova do Pávoviec 15 km a z Krtkovian do Mňaukova 16 km.



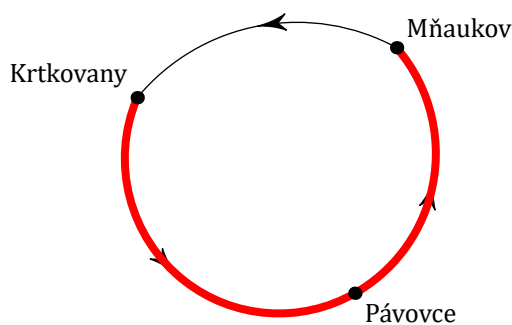
Aká dlhá je celá okružná cesta?

(Eva Semerádová)

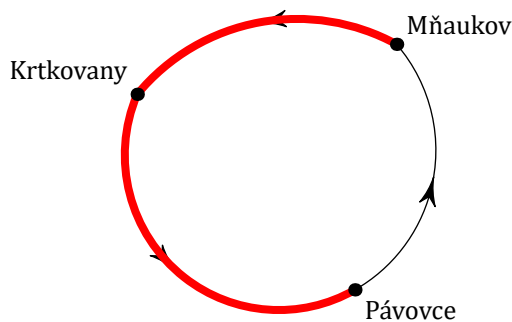
Riešenie:

Predstavme si púť vo vyznačenom smere zloženú z troch etáp:

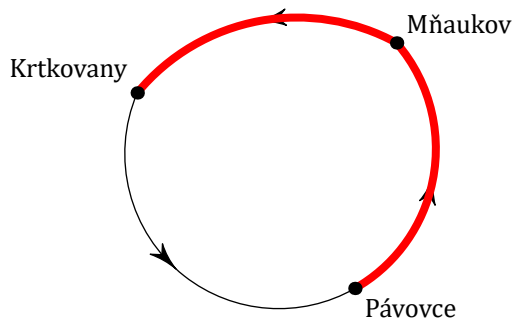
- 1) Z Krtkovian do Mňaukova, ktorá má dĺžku 16 km a pozostáva z úseku z Krtkovian do Pávoviec a z úseku z Pávoviec do Mňaukova:



- 2) Z Mňaukova do Pávoviec, ktorá má dĺžku 15 km a pozostáva z úseku z Mňaukova do Krtkovian a z úseku z Krtkovian do Pávoviec:



- 3) Z Pávoviec do Krtkovian, ktorá má dĺžku 10 km a pozostáva z úseku z Pávoviec do Mňaukova a z úseku z Mňaukova do Krtkovian:

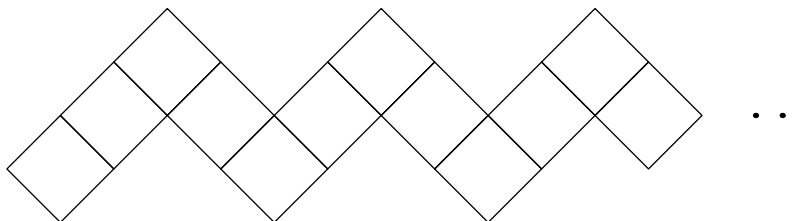


Každý z týchto úsekov sme tak prešli 2-krát, celá púť preto znamená presne 2 okružné cesty. Dĺžka púte je $10 \text{ km} + 15 \text{ km} + 16 \text{ km}$ čiže 41 km , takže dĺžka okružnej cesty je polovica tejto dĺžky, čo je 20 km a 500 m .

Pokyny:

3 body za súčet vzdialeností (s komentárom alebo schematickým obrázkom); 3 body za výsledok.

- 3 Z 2025 rovnakých štvorcov je zložený útvar podľa pravidla naznačeného na obrázku. Strana štvorca je 1 cm .



Určte obvod útvaru.

(Karel Pazourek)

Riešenie 1:

Počítajme obvod útvaru ako príspevky jednotlivých štvorcov. Krajné štvorce útvaru prispievajú do obvodu 3 stranami, všetky ostatné štvorce prispievajú 2 stranami. Krajné štvorce sú 2, ostatných je $2025 - 2$ čiže 2023 . Obvod útvaru je teda $2 \cdot 3 \text{ cm} + 2023 \cdot 2 \text{ cm}$ čiže 4052 cm .

Riešenie 2:

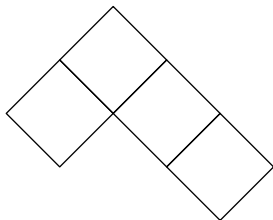
Predstavme si postupné dopĺňovanie útvaru zľava doprava. Útvar pozostávajúci z 1 štvorca má obvod 4 cm , útvar pozostávajúci z 2 štvorcov má obvod 6 cm , útvar pozostávajúci z 3 štvorcov má obvod 8 cm a tak ďalej. Priložením

každého štvorca sa obvod útvaru zväčší o 2 cm – o 3 strany nového štvorca navyše, ale 1 strana doterajšieho útvaru sa stane vnútornou stranou nového útvaru. Takéto priloženie sa udeje 2025 – 1 čiže 2024 rás.

Obvod útvaru je teda $4\text{ cm} + 2024 \cdot 2\text{ cm}$ čiže 4052 cm.

Riešenie 3:

Útvar si možno predstaviť aj tak, že k prvému štvorcu s obvodom 4 cm je priložených 506 dielov nasledujúceho tvaru (lebo $1 + 506 \cdot 4 = 2025$):



Priložením každého takého dielu sa obvod útvaru zväčší o 8 cm – o 9 strán nového dielu navyše, ale 1 strana doterajšieho útvaru sa stane vnútornou stranou nového útvaru.

Obvod útvaru je teda $4\text{ cm} + 506 \cdot 8\text{ cm}$ čiže 4052 cm.

Pokyny:

3 body za čiastkové pozorovania; 3 body za zovšeobecnenie a výsledok.

Pri každej úlohe sa za akékoľvek úplné riešenie prideluje 6 bodov.

Ak žiak rieši úlohu postupom, ktorý sa odlišuje od všetkých tu uvedených riešení, ale úlohu nevyrieši úplne, bodovacia schéma sa zvolí tak, aby čo najlepšie korešpondovala s návrhom hodnotenia tu uvedeným.

Úspešným riešiteľom je ten žiak, ktorý získa 9 alebo viac bodov.

Opäť upozorňujeme na možnosť zverejniť výsledkovú listinu okresného kola na oficiálnej stránke Slovenskej komisie MO <https://skmo.sk>. Stačí poslať výsledkovú listinu e-mailom na adresu skmo@skmo.sk v takom formáte, v akom si ju želáte zverejniť na internete.

Prosíme, aby ste dodržali označenie poradia podľa nasledovného príkladu: Ak práve 5 žiakov dosiahne viac bodov ako žiak X. Y. a práve traja žiaci (vrátane X. Y.) dosiahnu rovnako veľa bodov ako X. Y., tak žiakovi X. Y. patrí v poradí 6.–8. miesto, prípadne skrátene len 6. miesto. Analogickým postupom sa určuje umiestnenie všetkých žiakov.

-
- vydali: Slovenská komisia MO a NIVAM – Národný inštitút vzdelávania a mládeže
 - autorka z SK MO: Erika Novotná
 - recenzenti: Erika Novotná, Iveta Jančigová, Stanislav Krajčí
 - preklad: Erika Novotná