

66. ročník Fyzikálnej olympiády

v školskom roku 2024/2025

domáce kolo kategória F

text úloh

1. Anglosaské jednotky dĺžky

Nesprávne používanie fyzikálnych jednotiek veľmi pravdepodobne povedie ku katastrofe. Takým prípadom bola misia NASA *Mars Climate Orbiter* v roku 1999. Sonda narazila na povrch Marsu kvôli nedorozumeniu medzi NASA a Lockheed Martin, pretože tieto dve organizácie používali rôzne fyzikálne jednotky. Inžinieri NASA používali sústavu SI, zatiaľ čo Lockheed Martin počítal ťah v anglosaských jednotkách (libra-sekunda). rozdiel viedol k chybným výpočtom trajektórie, čo spôsobilo, že sonda preletela príliš blízko k povrchu planéty a zničila sa. Ďalší známy prípad nesprávneho používania fyzikálnych jednotiek bol incident *Gimli Glider* v roku 1983. Jednalo sa o kanadský let, ktorý mal nedostatok paliva, pretože pozemný personál počítal množstvo paliva v litroch namiesto galónov. V dôsledku toho natankovali oveľa menej paliva, než bolo potrebné. Lietadlo nakoniec núdzovo pristálo na opustenej vojenskej dráhe, ale našťastie nikto neutrpel zranenia.

Oba prípady poukazujú na to, aké dôležité je správne používanie fyzikálnych jednotiek vo vede a inžinierstve, a aké vážne následky môže mať nejednotné používanie systémov.

V nasledujúcej tabuľke máte jednotky dĺžok, ktoré sa používajú v Anglicku aj v USA, a ich vzájomné prevody zaokrúhlené na 4 platné číslice. Uvedená je aj jednotka dĺžky medzinárodnej sústavy SI.

Základné definičné vzťahy sú:

1 in (inch-palec-označenie ") = 2,54 cm, 1 ft (feet-stopa) = 12 in, 1 yd (yard-dvorec) = 3 ft, 1 chn (chain-reťaz) = 22 yd

- Jednotka M (mile-míľa) je odvodená zo starej rímskej jednotky „rímska stopa“, ktorá predstavovala 32,18 cm, ako 5 000 rímskych stôp. Urči veľkosť jednotky 1 mile v metroch.
- Jednotka NM (nautical mile-námorná míľa) je definovaná ako dĺžka časti rovníka zodpovedajúca stredovému uhlu 1 uhlová minúta. Urči dĺžku jednej námornej míle v metroch, ak vieme, že obvod rovníka je 40 000 km.
- Doplň chýbajúce prevodné konštanty do tabuľky na max. 5 platných číslic.

	m	in	ft	yd	chn	M	NM
1 m	1	39,370				1/a)	1/b)
1 in	0,0254	1	1/12				
1 ft		12	1	1/3			
1 yd			3	1	1/22		
1 chain				22	1		
1 mile	a)					1	
1 nautical mile	b)						1

- V dokumentácii k mobilu je uvedený displej s uhlopriečkou 6,67" a pomerom strán 16:9 a rozlíšením 200 Mpx (megapixelov – aktívnych bodov). Urči počet bodov na jednotku dĺžky v jednotkách dpi (dots per inch – bodov na palec) a vzájomnú vzdialenosť stredov susedných bodov v jednotkách μm - mikrometer.
- Jednotkou rýchlosti v anglosaských jednotkách je 1 knot (uzol), definovaný pomerom dráhy v míľach a času v hodinách. Pilot stíhačky oznámil rýchlosť letu 1 500 knot. Zisti, koľkonásobne prekročil rýchlosť zvuku $c = 334$ m/s.

2. Drobná hmota

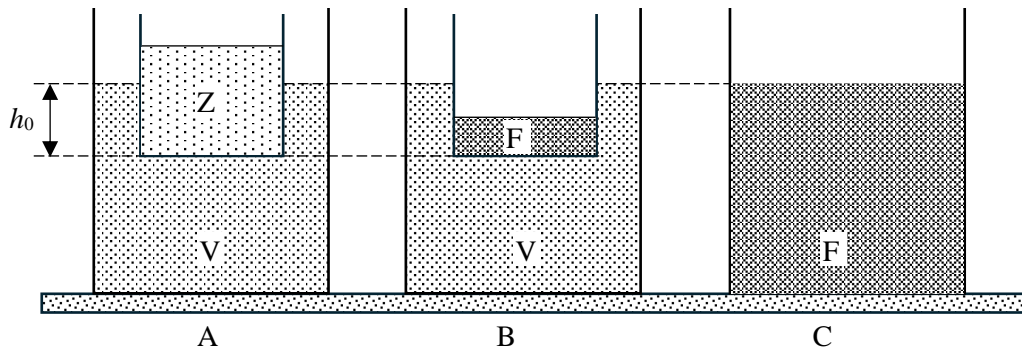
Priestor medzi Zemou a Slnkom nie je úplne prázdny. Okrem toho, že sú tu dve planéty, asteroidy, občas kométy, sú tu aj častice, protóny, elektróny, atómy vodíka. Výskyt atómov vodíka je približne 1 atóm na objem $V_1 = 1 \text{ cm}^3$. Hmotnosť jedného vodíkového atómu je približne $m_H = 1,66 \text{ yg}$.

- Uveď, čo znamená jednotka hmotnosti 1 yg a 1 Yg. Uvedené jednotky uveďte v násobkoch mocniny 10 základnej jednotky 1 kg.
- Aká je približne hmotnosť atómov vodíka vo voľnom priestore v objeme tvaru kocky s dĺžkou hrany $a = 1000 \text{ km}$?
- Vzdialenosť Slnko-Zem je približne $d_{ZS} = 150$ miliónov kilometrov. Kofko kociek s hranou $a = 1000 \text{ km}$ sa zmestí do väčšej kocky, v strede ktorej je Slnko a v strede jednej zo stien je Zem?
- Aká je približne celková hmotnosť atómov vodíka vo voľnom priestore tejto väčšej kocky (iba vo voľnom priestore, tzn. neuvažujeme atómy vodíka v Slnku, planétach a iných telesách)?
- Slnečnú sústavu predstavujeme priestor, ktorého lineárne rozmery sú približne 100-krát väčšie ako v prípade uvedenej väčšej kocky. Aká je celková hmotnosť veľmi riedkeho plynu atómov vodíka vo voľnom priestore Slnečnej sústavy? Porovnajte túto hmotnosť s hmotnosťou Zeme 6000 Yg.

3. Nádoby

Na obrázku vidíme tri rovnako veľké nádoby A, B, C. V nádobe A a v nádobe B je voda V. V nádobe A pláva na hladine menšia nádoba s kvapalinou Z, pričom výška hladiny kvapaliny Z v malej nádobe je $h_1 = 3,0 \text{ cm}$. Malá nádoba je vo vode ponorená do hĺbky $h_0 = 2,0 \text{ cm}$. V nádobe B je rovnaká malá nádoba naplnená kvapalinou F, pričom výška stĺpca kvapaliny F v malej nádobe je $h_2 = 1,0 \text{ cm}$. I v tomto prípade je malá nádoba ponorená do hĺbky h_0 .

Hmotnosť malej nádoby je zanedbateľne malá voči hmotnostiam kvapalín v malých nádobách.



Obr. F-1

- Urči hustotu ρ_Z kvapaliny Z a hustotu ρ_F kvapaliny F.
- V nádobe C je kvapalina F. Premiestnime do nej malú nádobu z nádoby A i s kvapalinou Z. Urči hĺbku h_3 , do ktorej sa malá nádoba v kvapaline F ponorí.

Hustota vody $\rho_V = 1,00 \text{ g/cm}^3$, gravitačná konštanta $g = 10 \text{ N/kg}$.

Dno malých nádob plávajúcich v kvapalinách je vždy vodorovné, steny malých nádob sú veľmi tenké.

4. Pohoria na Zemi a planétach

V priebehu vývoja Slnecnej sústavy vznikali planéty a na nich pohoria a na Zemi oceány. Na Zemi vznikali v dôsledku pohybu kontinentov pohoria a vulkanickou činnosťou sopky. Zatiaľ čo vysoké pohoria tvoria prevažne pretvorené (metamorfované) horniny typu granit (žula) a rula, sopky tvoria prevažne vulkanická hornina bazalt (čadič).



Obr. F–2a: Mount Everest

- a) Vysvetli, ako vznikali pohoria Himaláje, Alpy, Kordillery a Andy, a ako vznikali sopky a sopečné ostrovy ako napr. Island a Havaj. Na vysvetlenie môžeš použiť internet.

Kladíme si otázku, akú maximálnu výšku môžu hory dosiahnuť. Jedna z predstáv vychádza z toho, že každý materiál má určitú schopnosť odolávať vysokému tlaku. Túto schopnosť vyjadruje medza pevnosti v tlaku, čo je mechanický tlak, pri ktorom sa štruktúra látky začne rozpadat' (drviť) na malé kúsky – tzv. „tekutý“ piesok.



Obr. F–2b: Mauna Loa

- b) V polovici 20. storočia už poznali betón s medzou pevnosti v tlaku $\sigma_B = 40 \text{ MPa}$. Pri akej výške h_B by sa začal na spodnom konci drviť zvislý valcový betónový stĺp, ak uvažujeme hustotu betónu $\rho_B = 2,4 \text{ g/cm}^3$?

Predpokladáme, že uvedený mechanizmus určuje aj maximálnu možnú výšku hôr.

- c) Aká je maximálna výška pohoria tvoreného granitom s medzou pevnosti $\sigma_G = 250 \text{ MPa}$ a hustotou $\rho_G = 2,7 \text{ g/cm}^3$ nad základným terénom (nížinou) na Zemi? Výsledok porovnaj s nadmorskou výškou Mount Everestu (obr. F–2a) $h_{ME} = 8848 \text{ m}$.
- d) Za najvyššiu sopku sa donedávna považovala Mauna Loa na Havaji (obr. F–2b) s nadmorskou výškou $h_{ML} = 4169 \text{ m}$. Jej výška nad základňou, ktorá sa nachádza v hĺbke približne 5000 m pod hladinou na dne Tichého oceánu prekračuje 9 km. Sopku tvorí bazalt s hustotou $\rho_C = 3,0 \text{ g/cm}^3$ a medzou pevnosti v tlaku $\sigma_C = 300 \text{ MPa}$. Akú maximálnu výšku by mohla sopka dosiahnuť?
- e) Urči maximálnu výšku sopky tvorenej bazaltom nad povrchom Marsu. Túto výšku porovnaj s výškou najvyššej sopky Slnecnej sústavy Olympus Mons (obr. F–2c), ktorá sa nachádza na Marse a dosahuje výšku $h_{OM} = 27 \text{ km}$.

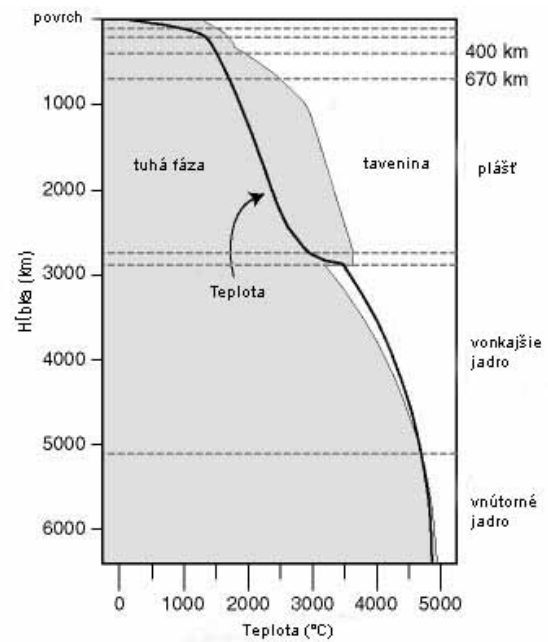


Obr. F–2c: Olympus Mons

Gravitačná konštanta na povrchu Zeme $g_Z = 9,8 \text{ N/kg}$ a na povrchu Marsu $g_M = 3,7 \text{ N/kg}$.

5. Tekuté vonkajšie jadro Zeme

Ako vieme, Zem má niekoľko odlišných vrstiev. Pod kôrou s hrúbkou od 10 km až do 100 km sa nachádza plastický plášť do hĺbky 2900 km, ktorého horná vrstva pomaly unáša litografické platne rýchlosťou niekoľko cm/rok. Pod ním sa nachádza jadro, ktoré má dve vrstvy. Vnútornejšie jadro má teplotu v strede až 5000 °C, polomer 1200 km a pri veľmi vysokom tlaku je tuhé. Vonkajšie jadro má hrúbku približne 2000 km, má priemernú teplotu 4000 °C (obr. F-3), hmotnostnú tepelnú kapacitu $c_j = 700 \text{ J}/(\text{°C} \cdot \text{kg})$, je tekuté a vzhľadom na vysoký tlak hustotu $\rho_j = 12,3 \text{ g}/\text{cm}^3$. Hmota vonkajšieho jadra prúdi rýchlosťou okolo 10 km/h a predpokladá sa, že tento pohyb je príčinou vzniku zemského magnetického poľa. Keďže magnetické pole predstavuje ochranný plášť Zeme pred nebezpečným prúdom častíc zo Slnka (slnečným vetrom), je život na Zemi na tekutosti vonkajšieho jadra, a teda jej vysokej teplote, odkázaný.



Obr. F-3: Teplotný profil Zeme

- a) Pre vyjadrovanie veľmi veľkých alebo veľmi malých hodnôt sa používajú predpony schválené v sústave SI alebo násobky mocniny 10^N , kde N predstavuje pre $N > 0$ počet núl za jednotkou (napr. $10^3 = 1000$), alebo pre $N < 0$ počet posunutí desatinnej čiarky vľavo (napr. $10^{-2} = 0,01$).

Uved' pomenovanie predpôn so značkami T, P, E, Z, R, p, f, a, z, y a uved', aká mocnina 10^N im zodpovedá.

- b) Z povrchu Zeme sa odvádza do atmosféry plošný tepelný výkon v priemere $q_Z = 90 \text{ mW}/\text{m}^2$. Aký celkový tepelný výkon P_Z sa odvádza zo Zeme s obsahom povrchu $S_Z = 511 \text{ Tm}^2$? Hodnotu porovnaj s hodnotou celkovej svetovej produkcie energie človekom približne $Q_C = 630 \text{ EJ}$ za jeden rok.
- c) Ak by sme predpokladali, že teplo odvedené z povrchu sa odvádza z vonkajšieho jadra Zeme s objemom $V_j = 130 \text{ Em}^3$, za aký čas by klesla teplota vonkajšieho jadra o $\Delta T = 1000 \text{ °C}$, čo by znamenalo zmiznutie magnetického poľa Zeme?
- d) V skutočnosti prechádza plášťom do kôry iba plošný tepelný výkon $q_1 = 0,1 \text{ mW}/\text{m}^2$. Čím je spôsobený tento rozdiel? Odpoveď hľadaj v literatúre, v internete, alebo požiadaj niektorého odborníka (rodiča, učiteľa).

6. Chladiaci vankúšik

Dávid hráva basketbal a tento šport silne namáha kĺby na nohách, hlavne u mladých ľudí, ktorí ešte rastú. Po náročnom tréningu pokladal na kĺby chladiace gélové vankúšiky, aby ich schladil. Vankúšiky sú vyplnené gélom, ktorý i po ochladení na nízku teplotu zostáva tvárny a nemení skupenstvo.



Dávid usúdil, že chladiaci účinok vankúšika závisí od jeho tepelnej kapacity a rozhodol sa ju zistiť. Doma vankúšik najprv zvážil, zistil jeho hmotnosť $m_{\text{ch}} = 250 \text{ g}$ a vložil ho na dve hodiny do mrazničky, v ktorej bola nastavená teplota $t_{\text{ch}} = -20 \text{ }^\circ\text{C}$. Potom zobral termosku so širokým hrdlom a naliať do nej vodu s rovnakou hmotnosťou $m_{\text{v}} = m_{\text{ch}}$. Termosku s vodou nechal na stole, aby sa teplota termosky a vody ustálila na hodnote $t_{\text{v}} = 20 \text{ }^\circ\text{C}$. Po vychladení vložil vankúšik do termosky, termosku uzatvoril a čakal dostatočne dlho, aby sa teploty vankúšika i vody vyrovnali. Po otvorení termosky zistil, že vrecúško je obalené ľadom. Vybral teda vankúšik s ľadom z termosky, rýchlo osušil papierovou vreckovkou a zvážil ho. Zistil hmotnosť vankúšika s ľadom $m'_{\text{ch}} = 390 \text{ g}$.

- Aká bola výsledná teplota v termoske?
- Urči teplo Q , ktoré prijal vankúšik, kým sa teploty v termoske nevyrovnali.
- Urči tepelnú kapacitu C_{ch} vankúšika a hmotnostnú tepelnú kapacitu chladiaceho gélu c_{ch} .

Vo výpočtoch použi hodnoty: hmotnostná tepelná kapacita vody $c_{\text{v}} = 4,2 \text{ J}/(\text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{g})$, hmotnostné skupenské teplo tuhnutia vody $\ell_{\text{v}} = 334 \text{ J/g}$.

Tepelnú kapacitu termosky ako aj vplyv tenkého obalu vrecka neuvažuj.

7. Zrnká maku (experimentálna úloha)

Úloha

Urči hmotnosť jedného zrnka maku a počet zrníek v polkilovom balení maku.

Pomôcky

Mak (stačí 10 g maku), rúrka (vnútorný priemer 3-5mm), čistý papier, kuchynské váhy schopné merať s presnosťou aspoň 1 g, fixka, malá nádobka s objemom okolo 20 ml.

Než sa pustíš do merania, napíš svoj odhad, koľko zrn maku môže podľa teba byť v pol kilovom balení maku. Po skončení merania si svoj odhad porovnaj s výsledkom.

Odporúčany postup

Keďže zrníček je veľmi veľá a nemožno spočítať počet zrníček vo veľkej nádobe, odporúčame vytvoriť malú nádobku z tenkej rúrky (možno použiť sklenenú rúrku, prípadne slamku a pod.) s dĺžkou 5 – 10 cm, na jednom konci uzatvorenú (dreveným kolíkom, plastelínou, lepidlom a pod.).

1. Priprav si malú nádobku s objemom okolo 20 ml a urči jej hmotnosť.
2. Rúrku naplň makom a mak vysyp na čistý papier.
3. Spočítaj zrníčka na papieri a nasyp ich do pripravenej malej nádobky.
4. Pre zvýšenie presnosti bod 2. a 3. zopakuj 5×. Získané počty n_1, n_2, \dots zapíš do tabuľky.
5. Zo získaných počtov zrníček urči priemernú hodnotu $\bar{n} = \frac{n_1+n_2+n_3+n_4+n_5}{5}$.
6. Do tabuľky zapíš odchýlky jednotlivých meraní od priemernej hodnoty $\Delta n_i = |n_i - \bar{n}|$, atď. a urči priemernú odchýlku $\overline{\Delta n} = \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2 + \Delta n_3 + \Delta n_4 + \Delta n_5}{5}$.
7. Nedá sa zaručiť, že každý-raz bude v naplnenej rúrke rovnaký počet zrníček, čím vzniká neistota výsledku, ktorú zvyčajne opisuje v percentách relatívna neistota $\varepsilon = \frac{\overline{\Delta n}}{\bar{n}} 100\%$.
8. Potom už bez rátania zrníček naplň rúrku ešte niekoľkokrát a vysyp ju do nádobky, až kým v nádobke nebude približne 10 g maku. Počet N naplnených rúrok si zapíš.
9. Potom urči hmotnosť maku v nádobke (zvážením nádobky s makom a bez maku).
10. Z určeného počtu zrníček $N \bar{n}$ maku urči hmotnosť jedného zrníčka.
11. Potom urči počet zrníček vo vrecku s makom s hmotnosťou 0,5 kg.
12. Meranie bolo zaťažené neistotou z merania, preto výsledok nebude istý. Možnú percentuálnu odchýlku vyjadruje relatívna neistota ε . Koľko zrníček maku zodpovedá tejto neistote v celom polkilovom balení?

Na záver porovnaj výsledok s pôvodne odhadovaným počtom zrníček v polkilovom balení maku.